



دانشگاه کاشان  
University of Kashan

مجله محاسبات نرم  
**SOFT COMPUTING JOURNAL**

تارنمای مجله: scj.kashanu.ac.ir



## نشان‌نگاری با رویکرد تجزیه ماتریسی هسنبُرج

مریم محمدی<sup>۱\*</sup>، استادیار، فاطمه نجاتی<sup>۱</sup>، دانشجو کارشناسی ارشد  
<sup>۱</sup> دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر، گروه ریاضی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران.

### اطلاعات مقاله

### چکیده

#### تاریخچه مقاله:

دریافت ۲۱ مرداد ماه ۱۳۹۹  
پذیرش ۵ خرداد ماه ۱۴۰۰

#### کلمات کلیدی:

نشان‌نگاری  
تصویر میزبان  
تصویر نشان  
تجزیه ماتریس  
تجزیه شور  
تجزیه هسنبُرج  
تجزیه‌ی مقادیر تکین  
تجزیه‌ی QR

نشان‌نگاری به عنوان شاخه‌ای از فرآیند پنهان‌سازی اطلاعات محسوب می‌شود که روشی مناسب در حفاظت حق نشر و جلوگیری از تکثیر غیرقانونی اطلاعات است. در واقع، در نشان‌نگاری، به منظور حفاظت حق نشر یک داده، اقدام به قرار دادن نشانی از مالک داده در داده‌های دیگر مانند تصویر و ویدیو می‌کنند. در این مقاله، با هدف حفاظت از حق نشر، تصویری به نام تصویر نشان را به عنوان ردی از مالک در تصویر میزبان قرار می‌دهیم. در این زمینه، تا به امروز روش‌های متفاوتی مانند استفاده از تبدیل‌های موجک، فوریه و یا ترکیب این تبدیل‌ها با تجزیه‌های مختلف ماتریس معرفی گردیده است. در این مقاله، با روشی کاملاً مبتنی بر تجزیه ماتریس به نشان‌نگاری می‌پردازیم. روش پیشنهادی، دارای دو مرحله جایگذاری و بازیابی تصویر است. در مرحله جایگذاری، تصویر نشان را در تصویر میزبان جای می‌دهیم. بدین منظور، ابتدا ماتریس‌های متناظر با تصاویر میزبان و نشان را با یکی از چهار تجزیه‌ی متداول مقادیر تکین (SVD)، QR، هسنبُرج، و شور تجزیه می‌کنیم. سپس در تجزیه‌ی های بدست آمده برای تصاویر نشان و میزبان، ماتریسی که دارای کمترین تعداد مؤلفه ناصفر است را به عنوان ماتریس منتخب در نظر می‌گیریم. سپس ضریبی از ماتریس منتخب مربوط به تصویر نشان را به ماتریس منتخب مربوط به تصویر میزبان می‌افزاییم. در ادامه، از ضرب ماتریس حاصل، در سایر ماتریس‌های مربوط به تصویر میزبان، ماتریسی ایجاد می‌شود که اندکی متفاوت از ماتریس متناظر با تصویر میزبان است. تصویر حاصل از این ماتریس، تصویر نشان‌شده است که اثری از مالک در آن مخفی است. در مرحله‌ی بازیابی، با انجام وارون عملیات نشان‌گذاری، تصویر نشان شده را بازیابی می‌کنیم. در این صورت به صحت مالکیت یا عدم مالکیت شخص مدعی آن اثر پی می‌بریم. در هر دو مرحله جایگذاری و بازیابی، دقت روش را با پارامترهای PSNR و SSIM می‌سنجیم. به منظور ارزیابی روش پیشنهادی، از تصاویر موجود در مجموعه داده‌های USC-SIPI استفاده نموده‌ایم. بالاترین مقدار مؤلفه‌های PSNR و SSIM، به ترتیب برابر با ۵۱/۳۵ و ۰/۹۹۹۴ و با استفاده از تجزیه هسنبُرج به دست می‌آید. این مقادیر، به معنای بالاتر بودن دقت بصری تصویر و کارآمد بودن تجزیه هسنبُرج در روش پیشنهادی است. در میان این چهار تجزیه، تصویر نشان با استفاده از تجزیه شور قابل بازیابی نمی‌باشد که این خود دال بر ضعف تجزیه شور است. همچنین نتایج حاصل از روش پیشنهادی با نتایج برخی از مقالات سال‌های اخیر که تنها از تصاویر خاکستری در آزمایشات خود استفاده نموده‌اند، مقایسه شده و میزان بهبود ۱۰ درصدی پارامتر PSNR و برابری پارامتر SSIM، در مقایسه با دقیق‌ترین مقادیر این پارامترها حاصل شد.

© ۱۴۰۰ - مجله محاسبات نرم، کلیه حقوق محفوظ است.

## ۱. مقدمه

در محیط متلب<sup>۴</sup>، هر تصویر دیجیتالی خاکستری بیانگر یک ماتریس است. مؤلفه‌های این ماتریس، اعداد بین ۰ و ۲۵۵ هستند، که در آن عدد صفر متناظر با رنگ سیاه و عدد ۲۵۵، متناظر با رنگ سفید است. در روش پیشنهادی، ماتریس مربوط به تصاویر نشان و میزبان را با تجزیه‌های ماتریسی تجزیه می‌کنیم. با استفاده از هر تجزیه، تعدادی ماتریس حاصل می‌شود. به عنوان مثال با تجزیه‌ی QR ماتریس مربوط به تصویر میزبان، به دو ماتریس بالامثلثی و متعامد و با تجزیه‌ی QR ماتریس مربوط به تصویر نشان نیز، به دو ماتریس بالامثلثی و متعامد می‌رسیم. مرحله اول، مرحله جایگذاری<sup>۵</sup> یا نشان دادن تصویر نشان در تصویر میزبان است. از آنجا که تغییرات زیاد در مؤلفه‌های ماتریس میزبان منجر به تغییر بصری تصویر شده و عمل نشان دادن قابل رؤیت می‌شود، بایستی ماتریسی را برای این مرحله انتخاب نماییم که دارای مؤلفه‌های ناصفر کمتری باشد. لذا ضریبی از ماتریس بالا مثلثی مربوط به تصویر نشان را به ماتریس بالا مثلثی مربوط به تصویر می‌افزاییم. در ادامه، از ضرب ماتریس متعامد مربوط به تصویر میزبان در ماتریس حاصل، ماتریسی ایجاد می‌شود که اندکی متفاوت از ماتریس متناظر با تصویر میزبان است. تصویر حاصل از این ماتریس، تصویر نشان شده<sup>۶</sup> است که اثری از مالک در آن مخفی است. در مرحله بازیابی<sup>۷</sup> نیز، تصویر نشان شده را با انجام وارون عملیات جایگذاری، بازیابی کرده و به تصویر نشان می‌رسیم و در واقع به صحت مالکیت یا عدم مالکیت شخص مدعی آن اثر پی می‌بریم. در این مقاله، هدف، نشان دادن تصویر نشان در تصویر میزبان است به نحوی که تصویر نشان در تصویر میزبان قابل رؤیت نباشد. در نتیجه در تلاش هستیم که با انجام تجزیه‌های مختلف ماتریس متناظر با تصاویر و انتخاب ماتریس مناسب حاصل از تجزیه‌ها، به دقت بصری بالاتر دست یابیم. در بخش ۲، به ذکر تاریخچه‌ای از فعالیت‌های پژوهشی انجام شده در حوزه نشان‌نگاری

با پیشرفت سریع فناوری چندرسانه‌ای و فراگیری استفاده از اینترنت، بستری برای انتقال سریع و آسان اطلاعات و در عین حال سرقت آن فراهم شده است. در نتیجه، حفظ مالکیت اثر، درحین ارسال اطلاعات اهمیت زیادی یافته است و تلاش‌های زیادی برای یافتن راه‌حل مناسب در جهت حفظ حق نشر مالک انجام شده است. یکی از این روش‌ها، قرار دادن اثر مالک در داده‌ای دیگر است که از آن به عنوان نشان‌نگاری<sup>۱</sup> یاد می‌شود. نشان‌نگاری، علم تغییر نامحسوس یک محیط یا رسانه مثل تصویر، صوت و یا ویدئو برای جاگذاری علامت یا نشان مورد نظر به منظور هدفی خاص است. از اهداف مهم نشان‌نگاری می‌توان به حفاظت از حق نشر (کپی رایت) اشاره کرد. یکی از روش‌های نشان‌نگاری، قرار دادن یک تصویر در تصویری دیگر است. تصویر میزبان<sup>۲</sup> تصویری است که برای ما از اهمیت خاصی برخوردار است و بایستی حق نشر مالک برای آن محفوظ باشد. به منظور حفاظت از حق نشر مالک، تصویری دیگر به نام تصویر نشان<sup>۳</sup> را به عنوان ردی از مالک (نماد امضای مالک)، در تصویر میزبان قرار می‌دهیم. در واقع، تصویری که در تصویر دیگر مخفی است به عنوان نشانی از مالک در تصاویر ارسالی قرار داده می‌شود، به طوری که نشان قرار داده شده قابل رؤیت نباشد. بدین منظور، روش‌های مختلفی همچون استفاده از تبدیل‌های موجک، فوریه و ترکیب این تبدیل‌ها با تجزیه‌های ماتریس تا به امروز معرفی گردیده است که نتایج متفاوتی را در بردارند. روش پیشنهادی ما در این مقاله، روشی کاملاً مبتنی بر تجزیه ماتریس است. نتایج حاصل شده، دال بر برتری تجزیه هسنبرگ نسبت به سایر تجزیه‌ها، در این روش است.

✦ نوع مقاله: پژوهشی

\* نویسنده مسئول

پست(های) الکترونیک: m.mohammadi@khu.ac.ir (محمدی)

fatemehnejati25@gmail.com (نجاتی)

<sup>4</sup> Matlab

<sup>5</sup> Embedding Phase

<sup>6</sup> Watermarked Image

<sup>7</sup> Detection Phase

<sup>1</sup> Watermarking

<sup>2</sup> Host Image

<sup>3</sup> Watermark image

یک روش نشان‌نگاری شکننده بر اساس پیکسل‌های تصویر پیشنهاد کرده‌اند. با محاسبه‌ی ماتریس منفرد چپ و راست در SVD، دریافتند که ضرب ماتریسی بین ستون اول ماتریس منفرد چپ و تغییرات ستون اول ماتریس منفرد راست با ویژگی‌های بافت تصویر ارتباط تنگاتنگی دارد. ژو و همکارانش یک روش نشان‌نگاری مقاوم با استفاده از DWT، تبدیل کسینوسی گسسته (DCT)<sup>۷</sup> و SVD ارائه داده‌اند [۴]. در روش آنها، در ابتدا DCT بر تصویر اصلی اعمال می‌گردد. با انتخاب زیرباند مناسب از میان چهار زیرباند حاصل شده، DCT بر آن زیرباند اعمال می‌گردد که حاصل آن، ماتریس DCC<sup>۸</sup> است. سپس SVD بر این ماتریس اعمال می‌شود و در نهایت ماتریس نشان، در ماتریس‌های حاصل از SVD قرار داده می‌شود. در [۵]، سو و همکارانش یک روش نشان‌نگاری تصویر رنگی با استفاده از تجزیه بالا‌هسنبگ<sup>۹</sup> ماتریس ارائه داده‌اند. آنها، به منظور بالا بردن امنیت از تبدیل آرنولد و به منظور مقاومت بیشتر از MD<sup>۱۰</sup> استفاده کرده‌اند. به منظور نشانیدن تصویر نشان، اطلاعات نشان رمز شده در بیشترین مؤلفه‌ی انرژی ماتریس هسنبگ قرار می‌گیرد. سو و همکارانش در [۶]، یک روش نشان‌نگاری تصویر رنگی را با استفاده از تجزیه QR ارائه داده‌اند. در این روش هر دو تصویر میزبان و نشان، تصاویر رنگی هستند که در آن، تصویر میزبان ۲۴ بیتی، به بلوک‌های پیکسل ۳×۳ تقسیم می‌شود. سپس تجزیه QR بر هر بلوک اعمال می‌گردد. سپس تصویر ۲۴ بیتی نشان، که تصویری رنگی است، را با اصلاح ارتباط بین ضریب دومین سطر از اولین ستون و ضریب سومین سطر از اولین ستون ماتریس متعامد Q، در تصویر رنگی میزبان قرار می‌دهند. در [۷]، سو و همکارانش یک روش نشان‌نگاری تصویر رنگی با استفاده از تجزیه تقریبی شور بر اساس طیف فضایی پیشنهاد داده‌اند. این روش دارای پیچیدگی محاسباتی پایین و مقاومت بالا است. در ابتدا بزرگ‌ترین مقدار ویژه

می‌پردازیم. در بخش ۳، تجزیه ماتریس و انواع متداول آن را یادآوری می‌کنیم. بخش ۴ را به معرفی روش پیشنهادی در قالب دو مرحله جایگذاری و بازیابی و همچنین بیان الگوریتم‌های متناظر اختصاص دادیم. نتایج عددی حاصل از اعمال روش پیشنهادی بر روی تصاویر خاکستری موجود در مجموعه داده‌های USC-SIPI را در بخش ۵ ارائه می‌کنیم. در این بخش به برتری محسوس تجزیه هسنبگی نسبت به سایر تجزیه‌ها، همچنین بهبود ۱۰ درصدی پارامتر PSNR<sup>۱</sup> و برابری پارامتر SSIM<sup>۲</sup> روش پیشنهادی، در مقایسه با دقیق‌ترین مقادیر این پارامترها در روش‌های موجود رسیدیم.

## ۲. پیشینه‌ی پژوهش

همانطور که قبلاً بیان کردیم، یکی از روش‌های حفظ اثر مالک در داده‌های با اهمیت، نشان‌نگاری است. امروزه برخی از تحقیقات نشان‌نگاری با استفاده از تجزیه‌ی ماتریس‌ها پی‌ریزی شده‌اند. به عنوان مثال، انصاری و همکارانش در [۱]، یک روش نشان‌نگاری شکننده ارائه داده‌اند. در این روش، در ابتدا، تصویر میزبان به چهار بلوک ۴×۴ تقسیم می‌شود، سپس تجزیه مقادیر منفرد (SVD)<sup>۳</sup> بر هر بلوک، اعمال شده و ترانهاده‌ی ماتریس تکین در ساختن بیت‌های TL<sup>۴</sup> مورد استفاده قرار می‌گیرد. تکرار و همکارانش یک روش نشان‌نگاری با استفاده از تبدیل موجک گسسته (DWT)<sup>۵</sup> و SVD ارائه داده‌اند [۲]. در این روش، به منظور دستیابی به زیرباندهای مختلف، DWT بر تصویر پزشکی مربوطه اعمال می‌گردد. سپس SVD بر زیرباند LL<sup>۶</sup> اعمال می‌گردد. با در نظر گرفتن ماتریس منفرد چپ، جفت مقادیری حاصل می‌شود. به منظور قرار دادن یک بیت از تصویر نشان، این مقادیر با استفاده از یک آستانه، اصلاح می‌گردد و با انتخاب مناسب آستانه، به یک روش نشان‌نگاری مقاوم دست یافته‌اند. در [۳]، ژانگ و همکارانش

<sup>1</sup> Peak Signal to Noise Ratio

<sup>2</sup> Structural Similarity

<sup>3</sup> Singular Value Decomposition

<sup>4</sup> Tamper Localization

<sup>5</sup> Discrete Wavelet Transform

<sup>6</sup> Low-Low frequency

<sup>7</sup> Discrete Cosine Transform

<sup>8</sup> Discrete Cosine Coefficient

<sup>9</sup> Upper Hessenberg Decomposition

<sup>10</sup> Message-Digest Algorithm

فرستنده افزایش یابد. این روش، مبتنی بر تقسیم تصاویر به برخی بلوک‌های متوالی متشکل از دو پیکسل است. در [۲۵]، شاه‌بهرامی و همکارانش نیز به تشخیص جعل کپی-انتقال براساس ویژگی‌های ترکیبی پرداختند. همچنین مهنهاد و همکارانش در [۲۶]، روشی برای رمزنگاری تصویر به کمک اتوماتای سلولی ترکیبی ارائه دادند.

### ۳. تجزیه‌ی ماتریس

جبرخطی در علوم مختلف کاربردهای فراوانی دارد. یکی از کاربردهای آن در علوم کامپیوتر، به ویژه پردازش تصویر است. کار کردن با ماتریس‌های متناظر با تصویر کمک شایانی به علم پردازش تصویر می‌کند. هر تصویر در محیط متلب بیان‌گر یک ماتریس است. پیش‌تر گفتیم درایه‌های این ماتریس‌ها اعدادی بین ۰ تا ۲۵۵ است. تجزیه‌ی این ماتریس‌ها می‌تواند اهداف مختلفی را برآورده سازند. در این مقاله به مقایسه عملکرد چهار تجزیه‌ی مقادیر تکین (SVD)، QR، هسبرگ، و شور در روش پیشنهادی می‌پردازیم. در این بخش، ابتدا این چهار تجزیه را معرفی کرده و در ادامه توضیح می‌دهیم نشان‌دهنده یک تصویر در تصویر دیگر با استفاده از هر یک از این تجزیه‌ها چگونه انجام می‌شود.

**تجزیه مقادیر تکین (SVD):** به ازای ماتریس  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ، ماتریس متعامد  $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$  و  $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$  وجود دارد به طوری که

$$U^T A V = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (1)$$

و  $D = \text{diag}[\sigma_1, \dots, \sigma_r]$  که در آن،  $\sigma_1, \dots, \sigma_r$  مقادیر تکین ناصفر ماتریس  $A$  هستند.

**تجزیه QR:** اگر  $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$  یک ماتریس باشد، تجزیه QR این ماتریس، به صورت  $A = QR$  است که در آن،  $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$  ماتریسی متعامد و  $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$  ماتریسی بالامثلثی است.

**تجزیه هسبرگ:** تجزیه‌ی هسبرگ ماتریس  $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$  به صورت  $A = PHP^T$  است که در آن  $P \in \mathbb{R}^{m \times m}$  ماتریسی

تقریبی مربوط به تجزیه شور محاسبه می‌گردد، سپس از آن برای نشان‌دهنده تصویر نشان در تصویر میزبان استفاده می‌کنند. در [۸]، سینگ و همکارانش یک روش نشان‌نگاری مقاوم با استفاده از SVD، DCT و DWT به منظور حفاظت حق مالک پیشنهاد کردند. تصویر نشان خاکستری به دو بخش (MSBs)<sup>۱</sup> و (LSBs)<sup>۲</sup> تقسیم می‌شود. DCT مربوط به هر ضریب، در بخش مرکزی مقدار تکین هر بلوک  $4 \times 4$  حاصل از تبدیل موجک مربوط به تصویر میزبان قرار می‌گیرد. سینگ و همکارانش در [۹]، یک روش نشان‌نگاری با استفاده از تجزیه QR و DCT ارائه دادند. در ابتدا هر دو تصویر میزبان و نشان به بلوک‌های غیرهمپوشان تقسیم می‌شوند، سپس DCT بر هر بلوک اعمال می‌شود و در پایان تجزیه QR بر تبدیلات بلوک‌ها اعمال می‌گردد. در [۱۰]، سوالمی و همکارانش یک روش نشان‌نگاری بر اساس تجزیه شور ارائه داده‌اند. استفاده از این تجزیه، کاهش انحراف و افزایش غیرقابل مشاهده بودن را به همراه دارد. در [۱۱]، لی و همکارانش یک روش نشان‌نگاری نوین پیشنهاد داده‌اند که در آن، از DWT، تجزیه هسبرگ، و SVD استفاده شده است. در ابتدا تصویر میزبان با استفاده از DWT به تعدادی زیرباند تبدیل می‌شود. با انتخاب زیرباند مناسب، تجزیه هسبرگ بر آن زیرباند اعمال می‌گردد و تصویر نشان نیز به صورت مشابه مورد SVD قرار می‌گیرد. با استفاده از فاکتور مقیاسی، تصویر میزبان در تصویر نشان قرار می‌گیرد. آن‌ها، به منظور یافتن بهترین فاکتور مقیاسی، از الگوریتم بهینه‌سازی Fruit Fly استفاده کرده‌اند. نجاتی و همکارانش در [۱۲]، یک روش نشان‌نگاری شکننده بر اساس تبدیل فوریه و تجزیه QR ارائه دادند. کاربرد این روش در تایید صحت تصاویر با اهمیت، همچون تصاویر پزشکی و نظامی در مقابل هرگونه حمله احتمالی است. در [۱۴]، خدایی و همکارانش یک روش جدید پنهان‌سازی داده انطباقی با ظرفیت بزرگ جاسازی داده برای تصاویر در مقیاس خاکستری ارائه داده‌اند تا امنیت ارسال پیام بین گیرنده و

<sup>۱</sup> Most Significant Bits

<sup>۲</sup> Least Significant Bits

#### ۴.۱.۱. نشانیدن تصویر با استفاده از تجزیه QR

تصویر میزبان و نشان را با استفاده از تجزیه QR تجزیه کرده، به ماتریس‌های بالامثلی  $R$  و متعامد  $Q$  دست می‌یابیم. در این تجزیه، ماتریس بالامثلی  $R$ ، ماتریس مورد نظر جهت تغییر خواهد بود. با اعمال تجزیه QR بر دو تصویر نشان و میزبان، چهار ماتریس به شرح زیر ایجاد می‌شود:

(۱)  $Q_w$  و  $R_w$  ماتریس‌های حاصل از تجزیه ماتریس متناظر با تصویر نشان،

(۲)  $Q_h$  و  $R_h$  ماتریس‌های حاصل از تجزیه ماتریس متناظر با تصویر میزبان.

در میان دو ماتریس حاصل شده در تجزیه QR، ماتریس  $R$  دارای مؤلفه‌های ناصفر کمتری است. در نتیجه تغییر ماتریس  $R$  منجر به تغییرات کمتری در ماتریس متناظر با تصویر اصلی می‌شود. با افزودن ضریب مناسبی از ماتریس  $R$  حاصل از تصویر نشان، به ماتریس  $R$  حاصل از تصویر میزبان اثری از تصویر نشان را در تصویر میزبان قرار می‌دهیم، و به ماتریس بالامثلی نظیر ماتریس میزبان تغییر یافته مطابق با رابطه (۲) می‌رسیم. سپس همانند رابطه (۳)، با ضرب ماتریس  $Q$  متناظر با ماتریس میزبان در  $R'$  به ماتریس نشان شده می‌رسیم.

$$R' \leftarrow R_h + \alpha R_w \quad (۲)$$

$$W \leftarrow Q_h R' \quad (۳)$$

اگر میزان تغییرات مناسب و اندک باشد، با چشم قابل مشاهده نخواهد بود و تصویر نشان به عنوان ردی از مالک در تصویر میزبان مخفی می‌شود.

#### ۴.۱.۲. نشانیدن تصویر با استفاده از SVD

با اعمال SVD بر دو تصویر نشان و میزبان، به ازای هر تصویر سه ماتریس حاصل می‌شود که یکی از آن‌ها ماتریس قطری شامل مقادیر تکین ماتریس اصلی و دو ماتریس دیگر ماتریس‌های یکانی هستند. تغییر باید بر روی ماتریس قطری انجام شود، زیرا دارای مؤلفه‌های صفر بیشتری است. با اعمال تجزیه SVD بر دو تصویر نشان و میزبان شش ماتریس به

متعامد و  $H \in \mathbb{R}^{m \times m}$  ماتریسی بالا هسنبرگ است.

تجزیه شور: تجزیه شور ماتریس  $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$  نیز به صورت  $A = UTU^T$  است که در آن ماتریس  $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$  ماتریسی یکانی و  $T \in \mathbb{R}^{m \times m}$  ماتریسی بالا مثلثی است.

#### ۴. روش پیشنهادی مبتنی بر تجزیه ماتریسی

روش پیشنهادی دارای دو بخش است. در بخش اول، نحوه نشانیدن تصویر نشان در تصویر میزبان، با استفاده از هر یک از چهار تجزیه، توضیح داده می‌شود. در بخش دوم، نحوه بازیابی تصویر نشان توضیح داده می‌شود که این مرحله در نشان‌نگاری امری مهم تلقی می‌شود. به منظور نشان‌نگاری، پس از تجزیه‌های ماتریس هر دو تصویر، در میان ماتریس‌های حاصل شده، ماتریسی را برای تغییر و نشانیدن ماتریس نشان انتخاب می‌کنیم که دارای مؤلفه‌های صفر بیشتری باشد که با تغییر در مؤلفه‌ها، تغییر زیادی در کل ماتریس ایجاد نشود.

#### ۴.۱. قرار دادن تصویر نشان در تصویر میزبان

هدف از این بخش، نشانیدن تصویر نشان در یک تصویر دیگر است. بدین منظور، ابتدا ماتریس متناظر با تصاویر نشان و میزبان را تجزیه می‌کنیم، سپس با انتخاب تنک‌ترین ماتریس در میان ماتریس‌های حاصل شده،  $\alpha$  برابر ماتریس منتخب مربوط به تصویر نشان را به ماتریس منتخب مربوط به تصویر میزبان می‌افزاییم. این تغییر نباید بزرگ و چشمگیر باشد، زیرا تغییرات زیاد در مؤلفه‌های ماتریس میزبان منجر به تغییر بصری تصویر شده و عمل نشانیدن قابل رؤیت می‌شود. در نتیجه  $\alpha$  باید به گونه‌ای انتخاب شود که کارایی روش در هر دو مرحله جایگذاری و بازیابی تضمین شود، یعنی جایگذاری قابل تشخیص نباشد و بازیابی به درستی انجام شود. در این مقاله با برقراری موازنه در مقادیر PSNR مراحل جایگذاری و بازیابی، مقدار  $\alpha = 0.005$  به عنوان مقدار بهینه انتخاب گردید.

(۱)  $H_h$  و  $P_h$  به ترتیب ماتریس‌های متعامد و بالا‌هسنبرگ متناظر با تصویر میزبان،

(۲)  $H_w$  و  $P_w$  به ترتیب ماتریس‌های متعامد و بالا‌هسنبرگ متناظر با تصویر نشان.

همانند مورد قبل، به منظور نشانیدن تصویر نشان در تصویر میزبان، ضربی از ماتریس بالا‌هسنبرگ متناظر با تصویر نشان را به ماتریس بالا‌هسنبرگ تصویر میزبان، مطابق با رابطه (۶) می‌افزاییم تا اثری از تصویر نشان در تصویر میزبان قرار داده شود. این عملیات در رابطه (۶) نمایش داده شده است.

$$H' \leftarrow H_h + \alpha H_w \quad (۶)$$

$$W \leftarrow P_h H' P_h^T \quad (۷)$$

ماتریس  $H'$  ماتریسی بالا‌هسنبرگ است که با ضرب آن در ماتریس  $P_h$  و  $P_h^T$ ، در رابطه (۷)، ماتریسی حاصل می‌شود که نزدیک به ماتریس متناظر با تصویر میزبان است. با انتخاب مقدار مناسب ضریب  $\alpha$ ، این تصویر از لحاظ بصری به تصویر میزبان نزدیک خواهد بود و نشانی از مالک اثر به سهولت قابل تشخیص نیست.

#### ۴.۱.۴. نشانیدن تصویر نشان با استفاده از تجزیه شور

به منظور نشانیدن تصویر نشان در تصویر میزبان با استفاده از این تجزیه، مانند موارد فوق دو ماتریس حاصل می‌شود که یکی ماتریسی بالامثلثی و دیگری ماتریسی یکانی است. در این تجزیه نیز، ما به منظور قرار دادن تصویر نشان در تصویر میزبان، ماتریس متناظر با هر دو تصویر را تجزیه کرده و سپس به تغییر ماتریس بالامثلثی حاصل شده می‌پردازیم. با اعمال تجزیه‌ی شور بر تصاویر میزبان و نشان ماتریس‌های زیر حاصل می‌شود.

(۱)  $T_h$  و  $U_h$  ماتریس‌های تجزیه شده حاصل از تصویر میزبان،

(۲)  $T_w$  و  $U_w$  ماتریس‌های تجزیه شده حاصل از تصویر نشان.

ماتریس  $T_h$  ماتریس بالامثلثی مورد نظر به منظور تغییر است. با تغییر ماتریس بالامثلثی متناظر با تصویر میزبان و ضرب

شرح زیر ایجاد می‌شود:

(۱)  $U_h$  و  $\Sigma_h$  ماتریس‌های حاصل از تجزیه‌ی تصویر میزبان،

(۲)  $U_w$  و  $\Sigma_w$  ماتریس‌های حاصل از تجزیه‌ی تصویر نشان.

ماتریس  $\Sigma_h$  ماتریس قطری متناظر با تصویر میزبان و مورد نظر به منظور تغییر است. همچنین ماتریس  $\Sigma_w$  ماتریس قطری متناظر با تصویر نشان، به منظور افزودن به ماتریس قطری مربوط به تصویر میزبان است. افزودن ضربی از این ماتریس به ماتریس قطری  $\Sigma_h$  در رابطه‌ی (۴) نشان داده شده است.

$$\Sigma' \leftarrow \Sigma_h + \alpha \Sigma_w \quad (۴)$$

$$W \leftarrow U_h \Sigma' V_h^T \quad (۵)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۵) در می‌یابیم که با ضرب ماتریس قطری حاصل شده، در ماتریس‌های یکانی متناظر با تصویر میزبان، ماتریسی ایجاد می‌شود که اندکی با ماتریس متناظر با تصویر میزبان متفاوت است و حاوی نشان مالک است. با انتخاب مقدار مناسب ضریب  $\alpha$  تغییرات با مشاهده قابل تشخیص نخواهد بود.

#### ۴.۱.۳. نشانیدن تصویر نشان با استفاده از تجزیه‌ی هسنبرگ

نشانیدن تصویر نشان با استفاده از این نوع تجزیه همانند موارد بالا است. در این تجزیه، هر کدام از ماتریس‌های متناظر با تصویر میزبان و نشان به دو ماتریس تجزیه می‌شوند. در میان ماتریس‌های ایجاد شده، باید ماتریس بالا‌هسنبرگ را برای تغییر انتخاب کنیم، زیرا این ماتریس مؤلفه‌های صفر زیادتری دارد. با تغییر ماتریس بالا‌هسنبرگ متناظر با تصویر میزبان با استفاده از ماتریس بالا‌هسنبرگ متناظر با تصویر نشان، اثری از ماتریس نشان را در ماتریس میزبان قرار می‌دهیم و به این ترتیب اثر مالک در تصویر ارسالی حفظ می‌شود. با اعمال تجزیه‌ی هسنبرگ بر تصاویر میزبان و نشان ماتریس‌های زیر حاصل می‌شود.

### ۴,۳. الگوریتم‌های روش پیشنهادی مبتنی بر تجزیه QR

در الگوریتم (۱)، شبه کد مربوط به الگوریتم نشان دادن تصویر نشان در تصویر میزبان بیان شده است.

#### الگوریتم (۱): نشان دادن تصویر

ورودی: تصاویر میزبان و نشان، ضریب ثابت  $\alpha > 0$ .

خروجی: تصویر نشان شده  $W$ .

۱. تجزیه QR را بر تصویر میزبان اعمال کنید و ماتریس‌های حاصل را  $R_h$  و  $Q_h$  بنامید.
۲. تجزیه QR را بر تصویر نشان اعمال کنید و ماتریس‌های حاصل را  $R_w$  و  $Q_w$  بنامید.
۳. قرار دهید  $R' = R_h + \alpha R_w$ .
۴. قرار دهید  $W = Q_h R'$ .

در الگوریتم (۲)، شبه کد مربوط به الگوریتم بازیابی تصویر نشان از تصویر نشان شده ذکر شده است.

#### الگوریتم (۲): بازیابی تصویر

ورودی: تصویر نشان شده  $S$ .

خروجی: تصویر نشان  $E$ .

۱. تجزیه QR را بر تصویر نشان شده  $S$  اعمال کنید و ماتریس‌های حاصل را  $R_s$  و  $Q_s$  بنامید.
۲. قرار دهید  $R_{Extracted} = \frac{1}{\alpha}(R_s - R_h)$ .
۳. قرار دهید  $E = Q_s R_{Extracted}$ .

### ۵. نتایج تجربی

در این بخش به ارائه نتایج حاصل از پیاده‌سازی روش پیشنهادی بر روی مجموعه داده‌های USC-SIPI [۱۳]، در محیط متلب می‌پردازیم. ابتدا با انجام پیش‌پردازش‌های لازم، تصاویر به صورت سیاه و سفید و در ابعاد  $512 \times 512$  درآمده‌اند. در این مقاله، کارایی روش با استفاده از دو مؤلفه PSNR و SSIM مورد ارزیابی قرار گرفته است که هرچه این دو مؤلفه مقادیر بزرگتری اتخاذ کنند، بیان‌گر بالاتر بودن کیفیت بصری تصویر است. PSNR به صورت زیر محاسبه می‌شود:

ماتریس حاصل در ماتریس  $U$  متناظر با تصویر میزبان به شکل زیر، نشان دادن انجام می‌شود. این عملیات در روابط (۸) و (۹) نمایش داده شده‌اند.

$$T' \leftarrow T_h + \alpha T_w \quad (8)$$

$$W \leftarrow U_h T' U_h^T \quad (9)$$

### ۴,۲. بازیابی تصویر نشان مربوط به تجزیه QR

در این بخش به معرفی یکی از مراحل مهم نشان‌نگاری با عنوان بازیابی تصویر نشان از تصویر نشان شده می‌پردازیم. روش صحیح نشان‌نگاری، روشی است که نشان دادن تصویر نشان و بازیابی آن به درستی انجام شود. به منظور بازیابی، بایستی وارون عملیات فوق انجام شود تا به تصویر نشان دست یابیم.

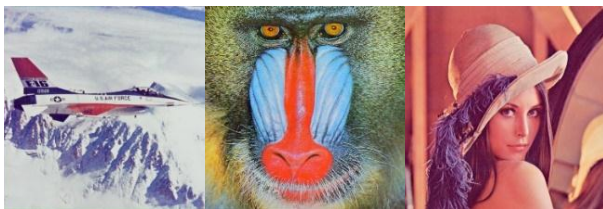
در مرحله اول، بایستی تصویر نشان شده را با استفاده از تجزیه QR تجزیه کرده تا به ماتریس‌های تشکیل دهنده آن، دست یابیم. فرض کنیم دو ماتریس  $Q_s$  و  $R_s$  دو ماتریس تجزیه شده متناظر با تصویر نشان شده باشد. هدف ما در این مرحله، یافتن ماتریس  $R$  مربوط به تصویر نشان است که با توجه به رابطه (۱۰)، با اعمال وارون عملیات قبل و با به کارگیری ماتریس  $R$  حاصل از تجزیه تصویر نشان شده، به دست می‌آید. سپس این ماتریس را مطابق با رابطه (۱۱)، در ماتریس  $Q$  مربوط به تصویر نشان ضرب می‌کنیم تا تصویر نشان بازسازی شود.

$$R_{Extract} \leftarrow \frac{1}{\alpha}(R_s - R_h) \quad (10)$$

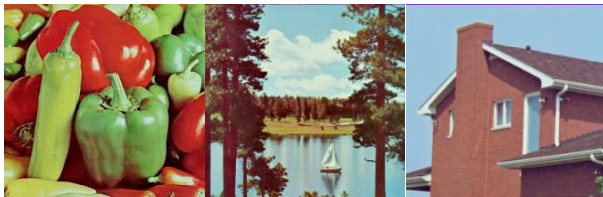
$$Extracted Image \leftarrow Q_w R_{Extract} \quad (11)$$

بازیابی تصویر نشان برای تمام تجزیه‌ها، به همین روش انجام می‌شود. فقط کافی است ماتریس تصویر نشان شده را با تجزیه‌ی مورد نظر تجزیه کرده، سپس ماتریس مربوط به تصویر نشان را از درون ماتریس مربوطه‌ی حاصل از تجزیه بیرون بکشیم و تصویر را بازسازی کنیم. در ادامه شبه کدهای نشان دادن تصویر نشان و بازیابی تصویر را برای روش پیشنهادی مبتنی بر تجزیه QR در زیر ارائه می‌کنیم. الگوریتم‌های مبتنی بر سایر تجزیه‌ها نیز به طور مشابه می‌باشد.

تمام آزمایش‌ها را با به کارگیری این تصویر، به عنوان تصویر میزبان و تصویر فلفل به عنوان تصویر نشان انجام خواهیم داد.



(الف) لنا (ب) میمون (پ) اف\_۱۶



(ت) خانه (ث) قایق یادبانی (ج) فلفل

شکل (۱): (الف) تا (ث) تصاویر میزبان (ج) تصویر نشان.

جدول (۱): مقدار PSNR روش پیشنهادی مبتنی بر تجزیه ماتریسی هسبرگ با به کارگیری تصاویر میزبان مختلف.

مقدار PSNR در مرحله		نام تصاویر
بازیابی	جایگذاری	پوششی
۳۶/۳۶	۵۱/۳۵	لنا
۴۱/۴۰	۵۰/۰۴	میمون
۳۲/۰۹	۵۰/۳۲	اف_۱۶
۶/۱۵	۵۰/۶۲	خانه
۶/۰۶	۵۱/۳۲	قایق یادبانی

در ادامه به بررسی نتایج حاصل از اعمال روش پیشنهادی با تجزیه‌های مختلف ماتریس می‌پردازیم. در شکل (۲)، همان‌طور که مشاهده می‌کنید، در سطر اول، تصویر اول از سمت راست، تصویر اصلی میزبان، بدون قرار دادن نشان و مابقی تصاویر، تصاویر میزبان حاوی نشان با استفاده از تجزیه‌های مختلف هستند. با مشاهده این تصاویر، درمی‌یابیم که تصویر نشان با کیفیت بصری بالا در تصویر میزبان مخفی شده است، به صورتی که تصویر نشان قابل مشاهده نیست. همچنین با در نظر گرفتن آلفا برابر با ۰/۰۰۵، مقادیر PSNR و SSIM روش پیشنهادی با اعمال تجزیه‌های مختلف ماتریسی در مرحله جایگذاری در جدول (۲) گزارش شده است. با توجه به نتایج جدول (۲)، بیشترین مقدار PSNR در مرحله جایگذاری،

$$PSNR = 20 \log \frac{255}{RMSE} \quad (۱۲)$$

ورودی این تابع، دو تصویر و خروجی آن، عددی بین صفر تا صد است. در تعریف این معیار، RMSE به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (H_{ij} - W_{ij})^2} \quad (۱۳)$$

که در آن، اندازه‌ی تصاویر برابر با  $M \times N$  است.  $W_{ij}$  و  $H_{ij}$  نیز به ترتیب، نشان‌دهنده‌ی شدت نور در پیکسل  $(i, j)$  ام در تصاویر میزبان و نشان هستند. همچنین مؤلفه‌ی SSIM بین دو پنجره‌ی  $x$  و  $y$  که این دو پنجره، به ترتیب متناظر با پنجره‌های موجود در تصاویر نشان قبل و بعد از نشان‌نگاری هستند، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$SSIM(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)} \quad (۱۴)$$

در این تعریف،  $\mu_x$  و  $\mu_y$  به ترتیب، برابر با میانگین شدت نور در پنجره‌ی  $x$  و  $y$  هستند. همچنین  $\sigma_x^2$  و  $\sigma_y^2$  به ترتیب برابر با واریانس شدت نور در پنجره‌های  $x$  و  $y$  هستند.  $\sigma_{xy}$  واریانس شدت نور بین دو پنجره‌ی  $x$  و  $y$  است. دو متغیر به صورت  $C_1 = (K_1L)^2$  و  $C_2 = (K_2L)^2$  به دست می‌آیند که در آن  $L = 255$ ،  $K_1 = 0.01$  و  $K_2 = 0.03$  است. شش تصویر استفاده شده در این مقاله، تصاویر موجود در شکل (۱) هستند. در این مقاله، تصویر فلفل به عنوان تصویر نشان و سایر تصاویر به عنوان کاندید تصاویر میزبان مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در امر نشان‌نگاری، انتخاب تصویر پوششی (میزبان) امری مهم تلقی می‌شود و بایستی تصویری انتخاب شود که بهترین نتیجه را در بر داشته باشد. ابتدا با به کارگیری تجزیه‌ی هسبرگ در این روش، آزمایش‌ها را بر روی پنج تصویر میزبان موجود در شکل (۱) با در نظر گرفتن  $\alpha = 0.005$  انجام داده‌ایم. نتیجه این آزمایش‌ها در جدول (۱) نشان داده شده است. با مشاهده‌ی جدول (۱) درمی‌یابیم که تصویر لنا به عنوان بهترین تصویر میزبان عمل می‌کند. در نتیجه، این تصویر را به عنوان تصویر میزبان نهایی انتخاب کرده و از این پس،



جایگذاری، دارای PSNR مناسبی است، اما همانطور که در شکل (۲) مشاهده می‌شود، در بازیابی دچار مشکل می‌شود و تصویر نشان به درستی، بازیابی نمی‌شود که این مساله ضعف بزرگی محسوب می‌شود. در نتیجه این تجزیه، نمی‌تواند تجزیه مناسبی در نظر گرفته شود. در ادامه با توجه به برتری تجزیه هسبرگ، تنها از این تجزیه استفاده می‌کنیم.



شکل (۲): تصاویر میزبان و نشان، قبل و بعد از جایگذاری و بازیابی

مقدار PSNR نیز افزایش می‌یابد. در نتیجه به منظور یافتن بهترین مقدار آلفا، بایستی موازنه‌ای برقرار کرد که هر دو مرحله دارای مقدار کافی PSNR باشند. با در نظر گرفتن نمودار درمی‌یابیم که آلفا برابر با  $0/005$ ، مقدار بهینه خواهد بود.

از طرفی انتخاب اندازه‌ی تصاویر، یکی از عوامل موثر در کیفیت روش در دو مرحله‌ی جایگذاری و بازیابی تصویر است، به این معنا که اندازه‌ی تصاویر باید به نحوی انتخاب گردد که در هر دو مرحله، روش به خوبی عمل کند و مقدار مؤلفه‌ی PSNR دارای مقداری مطلوب باشد. مقایسه‌ی مقدار این مؤلفه در چهار اندازه‌ی  $128 \times 128$ ،  $256 \times 256$ ،  $512 \times 512$  و  $1024 \times 1024$  در شکل (۴) نمایش داده شده است. با توجه به این شکل، در می‌یابیم که در مرحله‌ی جایگذاری، با افزایش اندازه‌ی تصاویر، مقدار مؤلفه‌ی PSNR با شیب بسیار ملایمی افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، مقدار این مؤلفه در مرحله بازیابی، با افزایش اندازه تصاویر، به

مربوط به تجزیه‌ی هسبرگ است (با اختلاف کم). با مقایسه‌ی مقدار SSIM در این چهار تجزیه، بیشترین مقدار مربوط به SVD است. با این حال، مقدار این مؤلفه در تجزیه‌ی هسبرگ نیز از دقت قابل ملاحظه‌ای برخوردار است و می‌توان این تجزیه را به عنوان یک تجزیه‌ی مناسب در این روش در نظر گرفت. تجزیه‌ی شور نیز در مرحله‌ی

جدول (۲): مقدار PSNR و SSIM روش پیشنهادی مبتنی بر تجزیه‌ی ماتریسی مربوط به تجزیه‌های مختلف در مرحله جایگذاری.

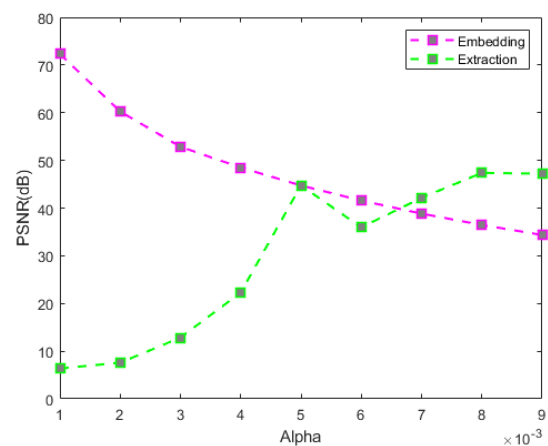
نام تجزیه	مقدار PSNR	مقدار SSIM
SVD	۵۰/۰۰۶۴	۰/۹۹۹۸
QR	۵۰/۹۱۶۴	۰/۹۹۸۵
هسبرگ	۵۱/۳۵۵۷	۰/۹۹۹۴
شور	۴۹/۹۸۰۷	۰/۹۹۵۹

با در نظر گرفتن الگوریتم‌های جایگذاری و بازیابی در روش پیشنهادی در می‌یابیم که مقدار مؤلفه‌ی آلفا یکی از عوامل تاثیرگذار در کیفیت این روش است. این مؤلفه بایستی به گونه‌ای انتخاب شود که کارایی روش در هر دو مرحله جایگذاری و بازیابی تضمین شود، به گونه‌ای که جایگذاری قابل تشخیص نباشد و بازیابی به درستی انجام شود. با در نظر گرفتن شکل (۳)، درمی‌یابیم که در مرحله‌ی جایگذاری با افزایش مقدار آلفا مقدار PSNR کاهش می‌یابد. از طرف دیگر، در مرحله بازیابی بین مقادیر دو مؤلفه‌ی آلفا و PSNR رابطه‌ی مستقیم وجود دارد. به این معنا که هرچه آلفا افزایش یابد،

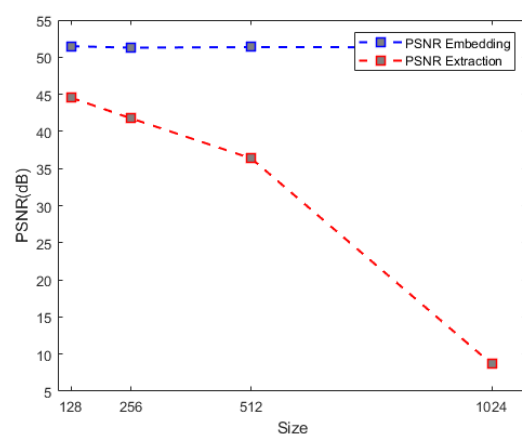
پیشنهادی با تجزیه هسبرگ را با نتایج برخی از مقالات سال‌های اخیر، که آزمایش‌های خود را بر روی تصاویر خاکستری انجام داده‌اند، مقایسه می‌کنیم. بر اساس نتایج جدول (۳)، مقدار PSNR روش پیشنهادی مبتنی بر تجزیه ماتریسی هسبرگ، برابر با ۵۱/۳۵ است. همچنین براساس آزمایش‌های انجام شده در این مقاله، مقدار SSIM برابر با ۰/۹۹۹۴ است، که این مقدار به عدد یک بسیار نزدیک است و به برتری روش پیشنهادی اشاره دارد.

در حالی که احمدی و همکارانش در [۱۵] با به‌کارگیری تبدیلات هیبریدی تجزیه مقدار تکین<sup>۱</sup> روشی پیشنهاد داده‌اند که مقدار PSNR حاصل از این روش برابر با ۴۳/۳۲ است. در [۱۶]، روی و همکارانش نیز روشی مبتنی بر تبدیل کسینوسی گسسته و تجزیه مقدار تکین ارائه داده‌اند که مقدار PSNR حاصل از این روش نیز برابر با ۵۰/۵۲ است. این مقدار از دقت به مقدار PSNR روش پیشنهادی نزدیک است اما باز هم به برتری روش پیشنهادی مبتنی بر تجزیه ماتریسی هسبرگ تاکید دارد. همچنین در [۱۷]، لی و همکارانش روشی مبتنی بر شبکه عصبی با به‌کارگیری تبدیل کسینوسی گسسته ارائه دادند. مقدار PSNR حاصل از این روش نیز برابر با ۴۸/۴۱ گزارش شده است. همچنین مقدار مؤلفه‌ی SSIM گزارش نشده است. روش ارائه شده توسط اعتماد و همکارانش [۱۸] از ضرایب هادامارد استفاده کرده است. در این روش نیز مقادیر دو مؤلفه‌ی PSNR و SSIM به ترتیب برابر با ۴۸/۹۹ و ۰/۹۹۰۱ است. این مقادیر بیان‌گر این است که این روش از دقت خوبی برخوردار است، اما باز هم با مقادیر PSNR و SSIM حاصل از روش پیشنهادی فاصله دارد. لئون و همکارانش [۱۹] نیز روشی مبتنی بر تبدیل کسینوسی گسسته با به‌کارگیری تبدیل آرنولد ارائه داده‌اند که مقادیر PSNR و SSIM این روش نیز از مقادیر ۴۲/۶۵ و ۰/۹۷۸۶ تخطی نمی‌کند. روش ارائه شده توسط ارنائون و همکارانش [۲۰] با اعمال تبدیل کسینوسی گسسته پیشنهاد شده است که در این روش نیز مقدار PSNR برابر با ۴۵/۶۳ است که باز هم فاصله

سرعت کاهش می‌یابد. در نتیجه، اندازه‌ی تصاویر باید به گونه‌ای انتخاب گردد که با برقراری این موازنه، روش در هر دو مرحله‌ی جایگذاری و بازیابی به صورت مطلوب عمل کند. بنابراین با توجه به شکل (۴)، اندازه‌ی مطلوب در روش پیشنهادی مبتنی بر تجزیه ماتریس، ۵۱۲×۵۱۲ است. لازم به ذکر است که هرچند مقادیر مؤلفه‌ی PSNR در مرحله جایگذاری به ازای اندازه‌های مختلف، اندکی تفاوت دارد، اما این تفاوت کم نیز در مقایسه با سایر مقالات از اهمیت بالایی برخوردار است و بایستی مورد توجه قرار گیرد. لذا، ما ملزم به انتخاب اندازه‌ای هستیم که در هر دو مرحله به صورت مطلوب عمل کند.



شکل (۳): مقایسه مقادیر PSNR به ازای آلفاهای مختلف در دو مرحله جایگذاری و بازیابی.



شکل (۴): مقایسه‌ی مقدار مؤلفه‌ی PSNR در اندازه‌های مختلف تصویر، در دو مرحله‌ی جایگذاری و بازیابی.

در ادامه، به منظور ارزیابی کارایی روش، نتایج حاصل از روش

<sup>1</sup> Hybrid SVD Transforms

دادن تصویری دیگر در تصویر ارسالی است. برای تحقق این هدف، روش‌های متفاوتی مانند استفاده از تبدیلات مختلف، تا به امروز ارائه شده است. ما در این مقاله، روشی مبتنی بر تجزیه‌ی ماتریس متناظر با تصاویر میزبان و نشان ارائه داده‌ایم. نتایج حاصل از این روش، نشان می‌دهد که این روش در مقایسه با سایر روش‌ها از دقت بصری قابل ملاحظه‌ای برخوردار است. همچنین در این مقاله، با اجرای این روش با استفاده از چهار تجزیه‌ی مقادیر تکین، QR، هسبرگ، و شور، بیشترین کیفیت بصری مربوط به تجزیه‌ی هسبرگ است که در هر دو مرحله‌ی جایگذاری و بازیابی به صورت مطلوب عمل می‌کند.

جدول (۳). مقایسه مقادیر PSNR و SSIM روش پیشنهادی مبتنی بر تجزیه ماتریسی هسبرگ با سایر روش‌ها.

SSIM	PSNR	نام روش
۰/۹۹۹۴	۴۳/۳۲	تبدیلات هیبریدی تجزیه مقدار تکین [۱۵]
-----	۵۰/۵۲	تبدیل کسینوسی گسسته + تجزیه مقدار تکین [۱۶]
-----	۴۸/۴۱	شبکه عصبی + تبدیل کوسینوسی گسسته [۱۷]
۰/۹۹۰۱	۴۸/۹۹	ضرایب هادامارد [۱۸]
۰/۹۷۸۶	۴۲/۶۵	تبدیل کسینوسی گسسته + تبدیل آرنولد [۱۹]
۰/۹۹۹۴	۴۵/۶۳	تبدیل کسینوسی گسسته [۲۰]
۰/۹۹۵۵	۴۷/۷۱	تبدیل موجک + تجزیه مقدار تکین [۲۱]
----	۴۱/۶۴	ضریب همبستگی بین بلوکی [۲۲]
----	۴۹/۰۱	تبدیل موجک + تجزیه مقدار تکین از طریق کلنی زنبور عسل [۲۳]
----	۴۳/۸۸	تبدیل کسینوسی گسسته + تبدیل موجک گسسته + تجزیه مقدار تکین [۲۴]
۰/۹۹۹۴	۵۱/۳۵	روش پیشنهادی

تعارض منافع: نویسندگان اعلام می‌کنند که هیچ تعارض منافعی ندارند.

زیادی با مقدار PSNR حاصل از روش پیشنهادی دارد. در این مقاله، مقدار مؤلفه‌ی SSIM نیز برابر با ۰/۹۹۹۴ است که از دقت بالایی برخوردار است. همچنین در روش ارائه شده توسط لو و همکارانش [۲۱]، که بر اساس ترکیب تبدیل موجک و تجزیه SVD است، مؤلفه‌های PSNR و SSIM به ترتیب برابر با ۴۷/۷۱ و ۰/۹۹۵۵ هستند. همچنین در روش دیگری که مبتنی بر ضریب همبستگی بین بلوکی است و توسط کو و همکارانش [۲۲] ارائه شده است، مؤلفه PSNR برابر با ۴۱/۶۴ است. علی و همکارانش در [۲۳] یک روش مبتنی بر تبدیل موجک و تجزیه مقدار تکین از طریق کلنی زنبور عسل پیشنهاد داده‌اند که در آن، مقدار PSNR برابر با ۴۹/۰۱ است که اگر چه از دقت خوبی برخوردار است اما همچنان از مقدار PSNR روش پیشنهادی این مقاله کمتر است. همچنین مقدار مؤلفه‌ی PSNR روش ارائه شده توسط زایر و همکارانش [۲۴] برابر با ۴۳/۸۸ است. این روش مبتنی بر ترکیب دو تبدیل کسینوسی گسسته (Discrete Cosine Transform و Biorthogonal Transform) و موجک گسسته با به کارگیری تجزیه مقدار تکین است.

با بررسی کلی جدول (۳) و مقایسه مقادیر حاصل از روش پیشنهادی با سایر روش‌ها، درمی‌یابیم که روش ارائه شده در این مقاله، در مقایسه با سایر مقالات از مقادیر PSNR و SSIM بالاتری برخوردار بوده که این امر بیانگر برتری روش پیشنهادی مبتنی بر تجزیه‌ی ماتریسی هسبرگ است.

## ۶. نتیجه‌گیری

با توجه به پیشرفت فراگیر شبکه‌های مجازی و اینترنت، اهمیت حفظ حق نشر، بیش از پیش اهمیت پیدا کرده است. یکی از روش‌های حفظ حق نشر در ارسال یک تصویر، قرار

## مراجع

- [1] Ansari I.A., Pant M., and Ahn C.W., "SVD based fragile watermarking scheme for tamper localization and self-recovery," International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 7(6): 1225-1239, 2016.
- [2] Thakkar F.N. and Srivastava V.K., "A blind medical image watermarking: DWT-SVD based robust and secure approach for telemedicine applications," Multimedia Tools and Applications, 76(3): 3669-3697, 2017.
- [3] Zhang Y., Wang C., Wang X., and Wang M., "Feature-based image watermarking algorithm using SVD and APBT for copyright protection," Future

- internet, 9(2): 13, 2017.
- [4] Zhou X., Zhang H., and Wang C., "A robust image watermarking technique based on DWT, APDCBT, and SVD," *Symmetry*, 10(3): 77, 2018.
- [5] Su Q. and Chen B., "A novel blind color image watermarking using upper Hessenberg matrix," *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 78: 64-71, 2017.
- [6] Su Q., Wang G., Zhang X., Lv G., and Chen B., "An improved color image watermarking algorithm based on QR decomposition," *Multimedia Tools and Applications*, 76(1): 707-729, 2017.
- [7] Su Q., Yuan Z., and Liu D., "An approximate Schur decomposition-based spatial domain color image watermarking method," *IEEE Access*, 7: 4358-4370, 2018.
- [8] Singh D. and Singh S.K., "DWT-SVD and DCT based robust and blind watermarking scheme for copyright protection," *Multimedia Tools and Applications*, 76(11): 13001-13024, 2017.
- [9] Singh K.U., Singh V.K., and Singhal A., "Color Image Watermarking Scheme Based on QR Factorization and DWT with Compatibility Analysis on Different Wavelet Filters," *Journal of Advanced Research in Dynamical and Control Systems*, 10(06): 1796-1811, 2018.
- [10] Soualmi A., Alti A., Laouamer L., and Benyoucef M., "A blind fragile based medical image authentication using schur decomposition," In *International Conference on Advanced Machine Learning Technologies and Applications*, (pp. 623-632). Springer, Cham, 2019.
- [11] Liu J., Huang J., Luo Y., Cao L., Yang S., Wei D., and Zhou R., "An optimized image watermarking method based on HD and SVD in DWT domain," *IEEE Access*, 7: 80849-80860, 2019.
- [12] Nejati F., Sajedi H., and Mohammadi M., "Fragile Watermarking for Image Authentication Using QR factorization and Fourier Transform," In *5th International Conference on Web Research (ICWR)* (pp. 45-49). IEEE, 2019.
- [13] USC-SIPI, 1997, <http://sipi.usc.edu/database>.
- [14] Khodaei M., Sadeghi-Bigham B., and Faez K., "Adaptive data hiding, using pixel-value-differencing and LSB substitution," *Cybernetics and Systems*, 47(8): 617-628, 2016.
- [15] Ahmadi S. B. B., Zhang G., Wei S., and Boukela L., "An intelligent and blind image watermarking scheme based on hybrid SVD transforms using human visual system characteristics," *The Visual Computer*, 1-25, 2020.
- [16] Roy S. and Pal A. K., "An indirect watermark hiding in discrete cosine transform-singular value decomposition domain for copyright protection," *Royal Society open science*, 4(6): 170326, 2017.
- [17] Li D., Deng L., Gupta B. B., Wang H., and Choi C., "A novel CNN based security guaranteed image watermarking generation scenario for smart city applications," *Information Sciences*, 479: 432-447, 2019.
- [18] Etemad E., Samavi S., Soroushmehr S. R., Karimi N., Etemad M., Shirani S., and Najarian K., "Robust image watermarking scheme using bit-plane of hadamard coefficients," *Multimedia Tools and Applications*, 77(2): 2033-2055, 2018.
- [19] Loan N. A., Hurrah N. N., Parah S. A., Lee J. W., Sheikh J. A., and Bhat G. M., "Secure and robust digital image watermarking using coefficient differencing and chaotic encryption," *IEEE Access*, 6: 19876-19897, 2018.
- [20] Ernawan F. and Kabir M. N., "A robust image watermarking technique with an optimal DCT-psychovisual threshold," *IEEE Access*, 6: 20464-20480, 2018.
- [21] Luo Y., Li L., Liu J., Tang S., Cao L., Zhang S., and Cao Y., "A multi-scale image watermarking based on integer wavelet transform and singular value decomposition," *Expert Systems with Applications*, 168: 114272, 2021.
- [22] Ko H. J., Huang C. T., Horng G., and Shiu-Jeng W. A. N. G., "Robust and blind image watermarking in DCT domain using inter-block coefficient correlation," *Information Sciences*, 517: 128-147, 2020.
- [23] Ali M., Ahn C. W., Pant M., and Siarry P., "An image watermarking scheme in wavelet domain with optimized compensation of singular value decomposition via artificial bee colony," *Information Sciences*, 301: 44-60, 2015.
- [24] Zear A., Singh A. K., and Kumar P., "A proposed secure multiple watermarking technique based on DWT, DCT and SVD for application in medicine," *Multimedia tools and applications*, 77(4): 4863-4882, 2018.
- [۲۵] شاه بهرامی ا.، هویدا ف.، «ارزیابی کارایی تشخیص جعل کپی-انتقال تصاویر مبتنی بر بلاک بندی»، *مجله محاسبات نرم*، جلد ۷، شماره ۱، ص ۶۲-۷۹، ۱۳۹۷.
- [۲۶] مهرنهاد ز.، لطیف م.، «ارائه روشی برای رمزنگاری تصاویر با استفاده از اتوماتای سلولی ترکیبی»، *مجله محاسبات نرم*، جلد ۳، شماره ۱، ص ۵۰-۶۱، ۱۳۹۳.