

تاریخ دریافت مقاله: بهمن ۱۳۹۱

تاریخ پذیرش مقاله: دی ۱۳۹۲

مروری بر منطق فازی نوع-۲: از پیدایش تا کاربرد

حسین مرادی فراهانی^۱، جواد عسگری^۲، مریم ذکری^۳

^۱ کارشناس ارشد، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

h.moradifarahani@ec.iut.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

j-askari@cc.iut.ac.ir

^۳ استادیار، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

mzekri@cc.iut.ac.ir

چکیده: مجموعه فازی نوع-۲ (Type-2 Fuzzy Set) یا مجموعه فازی-فازی، یک مجموعه فازی است که دارای درجه عضویت‌های فازی است. چنین مجموعه‌ای در جایی که تعیین دقیق درجه‌ی عضویت برای یک مجموعه فازی مشکل است، مفید واقع می‌شود. سیستم فازی نوع-۲ در برابر عدم قطعیت‌هایی که در قوانین فازی یا پارامترهای سیستم به وجود می‌آید، مقاوم است. در این مقاله، ابتدا تاریخچه‌ی توسعه‌ی نظریه‌ی فازی نوع-۲ در مدت بیست و پنج سال اخیر بررسی شده است. سپس به‌طور مختصر، اصطلاحات پایه مجموعه و سیستم‌های فازی نوع-۲ مطرح شده است. در ادامه، فرایند محاسبه با کلمات براساس مجموعه فازی نوع-۲ و روش‌های برطرف کردن پیچیدگی محاسباتی سیستم‌های فازی نوع-۲ بیان شده است. در پایان، مرور مختصری بر کاربردهای منطق فازی نوع-۲ و جمع‌بندی و بحث در مورد زمینه‌های تحقیقی منطق فازی نوع-۲ در آینده انجام شده است.

واژه‌های کلیدی: سیستم فازی، عدم قطعیت، کاهش مرتبه، مجموعه فازی نوع-۲، محاسبه با کلمات.

۱. مقدمه

مجموعه‌های فازی- فازی نیز می‌گویند که در برخورد با عدم قطعیت‌ها توانایی کاهش اثر و مدل‌کردن آن‌ها را دارند [۶،۷]. به‌طور خلاصه، دلایل ظهور فازی نوع-۲ را می‌توان در پنج قسمت بیان کرد: ۱. عدم توانایی توصیف ریاضی سیستم‌هایی که مکانیزم تولید داده در آن به‌صورت متغیر با زمان است، مانند مخبرات سیار؛ ۲. عدم توانایی توصیف ریاضی اندازه‌ی نویز غیر ثابت (Nonstationarity)، مانند نسبت سیگنال به نویز؛ ۳. عدم توانایی توصیف ریاضی ویژگی‌ها در کاربردهای بازشناخت الگو که دارای خواص آماری غیر ثابت می‌باشند، مانند طبقه‌بندی قانون پایه تصاویر ترافیک؛ ۴. دانش به‌دست‌آمده از تعدادی فرد خُبره به‌وسیله سؤالاتی، حاوی کلماتی که دارای عدم قطعیت هستند؛ ۵. استفاده از عبارات زبانی که دارای دامنه غیر قابل اندازه‌گیری باشند [۴،۸].

همان‌طور که در نظریه‌ی احتمال، تمام اطلاعات پیرامون یک عدم قطعیت تصادفی به‌وسیله یک تابع چگالی احتمال بیان می‌شود و با تعیین میانگین و پراکندگی حول میانگین، حداقل اطلاعات لازم از تابع چگالی احتمال توسط واریانس به‌دست می‌آید، یک مجموعه فازی نوع-۲ هم در مواجهه با عدم قطعیت‌های زبانی برای ارائه‌ی اطلاعاتی بیشتر از یک درجه عضویت ساده، این اندازه از پراکندگی (واریانس) را حول یک عدم قطعیت زبانی در اختیار قرار می‌دهد. درحقیقت، مجموعه فازی نوع-۱ تقریب درجه اول عدم قطعیت و مجموعه فازی نوع-۲ تقریب درجه دوم عدم قطعیت هستند. به این ترتیب، با گسترش به مفهوم فازی نوع-۳ و نوع-۴ تا مجموعه فازی نوع-بی‌نهایت، می‌توان عدم قطعیت را به‌طور کامل تقریب زد. مجموعه فازی نوع-بی‌نهایت، مجموعه‌ای است که درجات تعلق آن یک مجموعه فازی است و آن مجموعه فازی هم دارای درجات تعلق است که خود یک مجموعه فازی هستند. به همین ترتیب، تا بی‌نهایت، درجات تعلق خود مجموعه فازی

پروفسور لطفی عسگرزاده مجموعه‌های فازی را برای اولین بار در سال ۱۹۶۵ معرفی کرد [۱]. این مجموعه‌ها پایه‌گذار روشی موفق برای مدل‌کردن عدم قطعیت و ابهام بودند. از آن پس، استفاده از مجموعه‌های فازی در سیستم‌های کامپیوتری مخصوصاً در کاربردهای کنترلی، گسترش یافت [۲]. سیستم‌های فازی به‌علت دارابودن توابع عضویت با درجات تعلق دقیق، توانایی محدودی در کاهش اثر عدم قطعیت در قوانین فازی دارند. در دنیای واقعی، منابع زیادی از عدم قطعیت در مواجهه با سیستم‌های فازی وجود دارد که عبارت است از: ۱. قسمت‌های توصیف‌کننده قوانین فازی دارای عدم قطعیت باشند، یعنی کلمات به‌کاررفته در قسمت‌های شرط و نتیجه‌ی قوانین می‌تواند معانی مختلفی برای افراد مختلف داشته باشد؛ ۲. نتایج به‌دست‌آمده از گروهی خُبره، اغلب برای قانونی متفاوت خواهد بود؛ زیرا افراد خُبره لزوماً در توافق با یکدیگر نیستند. ۳. ممکن است داده‌های نویزی برای تنظیم پارامترهای یک سیستم فازی استفاده شود؛ ۴. اندازه‌گیری‌هایی که یک سیستم فازی را فعال می‌کند، نویزی و در نتیجه دارای عدم قطعیت باشند [۳،۴]. به این ترتیب، اغلب مقداری عدم قطعیت وابسته به داده‌ها (حال این داده‌ها از اطلاعات کلامی ساخته شده باشند یا از داده‌های عددی) وجود دارد.

پروفسورزاده در سال ۱۹۷۵ مجموعه‌های فازی نوع-۲ را به عنوان توسعه‌ای از مجموعه‌های فازی معرفی کرد [۵]. از آن پس، برای تمایز بین مجموعه‌های فازی و مجموعه‌های فازی نوع-۲، به مجموعه‌های فازی قبلی، به‌طور معمول مجموعه‌های فازی نوع-۱ می‌گویند. مجموعه‌های فازی نوع-۲ دارای درجه عضویت‌های فازی می‌باشند؛ ازاین‌رو، به آن‌ها

سیستم‌های فازی نوع-۲ و مرور مختصر بر تاریخچه توسعه نظریه فازی نوع-۲ در مدت بیست و پنج سال اخیر می‌پردازد. همچنین در این مقاله فرایند محاسبه با کلمات و روش‌های برطرف کردن پیچیدگی محاسباتی سیستم‌های فازی نوع-۲ بیان می‌شود.

روند ارائه مطالب در این مقاله به صورت زیر است:

در بخش دوم، تاریخچه‌ای از توسعه نظریه فازی نوع-۲ بیان می‌شود. در بخش سوم، به‌طور مختصر مفاهیم پایه مجموعه و سیستم‌های فازی نوع-۲ را بیان می‌کنیم. بخش چهارم عدم قطعیت و پیشرفت‌های آن در منطق فازی نوع-۲ را بیان می‌کند. بخش پنجم مروری بر محاسبه با کلمات با استفاده از سیستم فازی نوع-۲ خواهد داشت. در بخش ششم، سه روش برطرف کردن پیچیدگی سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای^۲ که عبارت‌اند از: ۱. کاستن از زمان تکرارها؛ ۲. اجتناب از تکرار در مرحله کاهش مرتبه؛ ۳. ساده‌سازی قوانین فازی شرح داده می‌شود. در بخش هفتم، روش‌های برطرف کردن پیچیدگی سیستم فازی نوع-۲ کلی^۳ در دو بخش ۱. تقریب‌زدن محاسبات؛ ۲. ساده‌سازی نظریه نمایش، بحث می‌شود. در بخش هشتم، به بیان کاربردهای فازی نوع-۲ می‌پردازیم. بخش نهم به بیان ابزارهای موجود و تسهیلات آن‌ها در رابطه با منطق فازی نوع-۲ می‌پردازد. سرانجام بحث و نتیجه‌گیری در بخش دهم ارائه می‌شود.

۲. تاریخچه توسعه نظریه فازی نوع-۲

در این بخش، تاریخچه توسعه نظریه فازی نوع-۲ در دو قسمت کلی و فاصله‌ای بیان می‌شود. در شکل (۱)، نمودار توسعه نظریه فازی نوع-۲ در مدت بیست و پنج سال اخیر نشان داده شده است.

هستند [۹]؛ اما در عمل، این موضوع امکان ندارد؛ زیرا موجب پیچیدگی بسیار زیادی می‌شود و ما ناگزیر به استفاده از یک مجموعه فازی محدود هستیم. به این ترتیب، مجموعه‌های فازی نوع-۲ در کاهش اثر عدم قطعیت در قوانین فازی بهتر عمل می‌کنند [۴، ۸، ۹]. علاوه بر کاهش اثر عدم قطعیت در قوانین فازی، به‌علت فازی بودن توابع عضویت در مجموعه‌های فازی نوع-۲ امکان مدل کردن عدم قطعیت‌های زبانی و داده‌ها به‌نحو موثری بهبود پیدا کرده است [۳].

در حال حاضر، مجموعه‌های فازی نوع-۲ به‌عنوان نظریه‌ای مهم در محیط‌هایی با عدم قطعیت بالا توسعه یافته است. از جمله کاربردهای پزشکی که می‌توان به پیش‌پردازش عکس‌های رادیوگرافی [۱۰]، تخمین زدن میزان سلامتی نوزاد تازه متولدشده [۱۱]، تشخیص بیماری و مدل‌سازی سازگاری نشانه‌ی یک بیماری با آن بیماری در قالب عبارات زبانی [۱۲]، اشاره کرد. در زمینه‌ی کنترل می‌توان از کنترل روبات‌های فوتبالیست [۱۳]، مدل‌سازی رفتار افراد در یک اتاق هوشمند [۱۴]، کنترل سیستم [۱۵]، شناسایی سیستم‌های غیرخطی [۱۶] و کنترل تناسبی [۱۷]، نام برد. همچنین در مسائل طبقه‌بندی که دارای ابهام ذاتی هستند [۱۸]، روش خوشه‌بندی میانگین - c [۱۹]، تشخیص لبه در عکس‌های دیجیتال [۲۰]، نمایاندن عدم قطعیت‌های موجود در هر خوشه [۲۱]، از جمله کاربردهای مجموعه‌های فازی نوع-۲ در زمینه‌ی بازشناخت الگو می‌باشند. پیش‌بینی سری‌های زمانی [۲۲]، مدل‌سازی فواصل مبهم در پیاده‌سازی سیستم اطلاعات جغرافیایی^۱ [۲۳]، مدل‌سازی فرایند جداسازی سولفور از فولاد [۲۴]، مدل‌سازی ریاضی رفتار دینامیک اکوسیستم‌های پیچیده [۲۵]، از زمینه‌های کاربردی دیگری هستند که منطق فازی نوع-۲ به‌طور موفقیت‌آمیز وارد شده است. این مقاله به بررسی مفاهیم پایه مجموعه و

۱.۲. فازی نوع ۲- کلی

نرم مینیم و ضرب فرمول‌هایی برای اجتماع، اشتراک و منفی کردن به دست آوردند [۳۴].

در سال ۲۰۰۱، اولین کتاب در زمینه‌ی مجموعه‌های فازی نوع ۲- انتشار یافت [۳۵]. در این کتاب، اگرچه نمایش برش عمودی یک مجموعه فازی نوع ۲- به آسانی به دست می‌آید؛ اما به دلیل افزایش پیچیدگی مباحث نظری مجموعه فازی نوع ۲-، در [۴] با تعریف برش موجی^۲ از پیچیدگی این مسئله جلوگیری به عمل آمد و یک مجموعه فازی نوع ۲- به صورت حاصل جمع مجموعه‌های فازی نوع ۲- جاسازی شده^۳ در نظر گرفته شد. در [۳، ۴، ۳۱-۳۵] ریاضیات کامل نظریه مجموعه‌های فازی نوع ۲- بیان شده است.

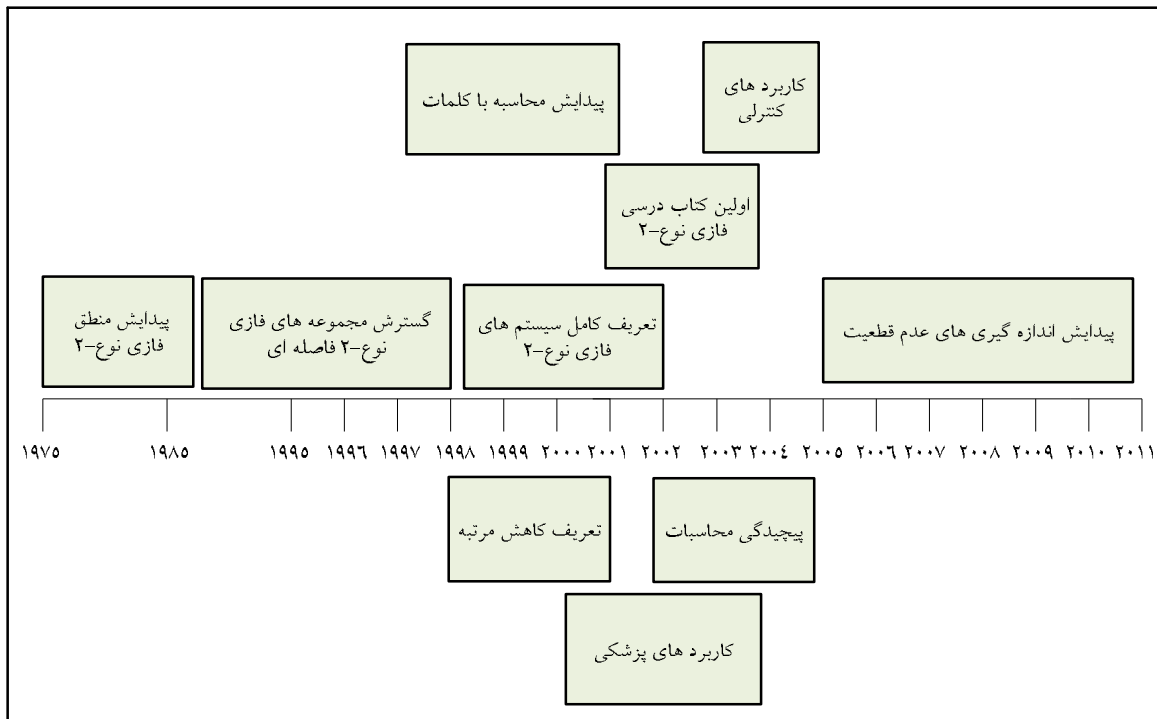
در سال ۲۰۰۵، پروفیسورزاده نشان داد عدم قطعیت یک ویژگی مهم از اطلاعات است [۳۶] و این موجب شد محاسبه عدم قطعیت در نظریه مجموعه‌های فازی نوع ۲- تبدیل به یکی از مهم‌ترین موضوعات تحقیق در سال‌های اخیر شود [۳۷، ۳۸]. در سال ۲۰۰۸، مفهومی به نام زیرمجموعه درجات در مجموعه فازی نوع ۲- توسط Rickard و همکاران توسعه داده شده است [۳۹]. Mendel و Daoyuan در سال ۲۰۰۹، نظریه نمایش مجموعه فازی نوع ۲- براساس سطح α را ارائه دادند [۳۷] و به بیان استراتژی محاسبه پنج اندازه از تعریف عدم قطعیت در یک مجموعه فازی نوع ۲- شامل واریانس، مرکز ثقل، عدم تقارن^۴، فازی بودن^۵ و اصلی بودن^۶ پرداختند. اخیراً آن‌ها این پنج مفهوم از اندازه عدم قطعیت را توسعه داده‌اند [۴۰].

پروفیسور لطفی عسگرزاده [۵] در سال ۱۹۷۵ مفهوم مجموعه‌های فازی نوع ۲- را براساس نمایش ترکیبی از برش‌های عمودی^۱ مجموعه فازی نوع ۲- بیان کرد. پس از آن، Mizumoto و Tanaka طبیعت مقادیر عضویت و همچنین عملیات جبری در نظریه مجموعه‌های فازی نوع ۲- را بررسی کردند [۲۶]. Nieminen با جزئیات بیشتر به فرمول‌بندی ساختار جبری مجموعه فازی نوع ۲- پرداخت [۲۷]. پس از آن، Dubois و Prade به بررسی منطق مقادیر فازی پرداختند و روابط فازی بر مبنای t - نرم مینیم و s - نرم ماکزیمم را ارائه دادند [۲۸، ۲۹]. Mizumoto و Tanaka در سال ۱۹۸۱ مجموعه‌های فازی نوع ۲- را تحت عملگرهای جبری ضرب و جمع امتحان کردند [۳۰]. تا سال ۱۹۹۰ بیشتر تحقیقات در زمینه مجموعه فازی نوع ۱- متمرکز بود و تعداد مقالات در زمینه مجموعه‌های فازی نوع ۲- بسیار کم بود.

در سال ۱۹۹۸، Karnik و Mendel تلاش‌های Tanaka و Mizumoto را توسعه دادند و به بررسی عملگرهای اجتماع، اشتراک و متمم پرداختند و شکل کلی روابط منطق فازی نوع ۲- در محاسبات جبری و حسابی را ارائه دادند [۳، ۳۱]. آن‌ها متعاقباً سه روش کاهش مرتبه: مرکز ثقل، مرکز مجموعه‌ها و ارتفاع را ارائه کردند [۳۲]. وجه اشتراک روش‌های کاهش مرتبه در محاسبه مرکز ثقل یک مجموعه فازی نوع ۲- است. از این رو Karnik و Mendel [۳۳] روش‌های دقیق و تقریبی به دست آوردن مرکز ثقل یک مجموعه فازی نوع ۲- را مطرح کردند. آن‌ها محاسبات جبری و عملگرهای مجموعه‌های فازی نوع ۲- و ترکیب روابط فازی را بهبود دادند. همچنین برای t -

2. Wavy Slice
3. Embedded Type-2 Fuzzy Set
4. Skewness
5. Fuzziness
6. Cardinality

1. Vertical Slice



شکل (۱): نمودار توسعه فازی نوع-۲ در بیست و پنج سال اخیر [۲]

۲.۲. فازی نوع-۲ فاصله ای

مفهوم پیشنهادی وی شبیه به اثر عدم قطعیت^۳ مجموعه فازی نوع-۲ فاصله ای بود [۴۲-۴۴]. Türkşen تلاش زیادی برای ایجاد ارتباط منطقی بین عملگرهای مجموعه فازی نوع-۱ و مجموعه فازی مقدار فاصله ای انجام داد. با این حال، مانند مجموعه فازی نوع-۲ کلی طی ۱۰ سال نخست، تعداد مقالات در زمینه مجموعه فازی مقدار فاصله ای بسیار کم بود. در سال ۱۹۹۹، Karnik و همکارانش برای اولین بار مفهوم مجموعه فازی نوع-۲ فاصله ای و همچنین سیستم فازی نوع-۲ فاصله ای را بر مبنای روش کاهش مرتبه KM^۴ ارائه دادند [۳۱]. آن‌ها محاسبات جبری و عملگرهای مجموعه های فازی نوع-۲ فاصله ای و همچنین روش دقیق و تقریبی کاهش مرتبه^۵ مرکز ثقل بر مبنای الگوریتم KM را بیان کردند [۳۳، ۳۴].

در سال ۱۹۸۱، Hisdal به مطالعه قوانین و مجموعه های فاصله ای، از درجات بالاتر از ۱ در منطق فازی پرداخت [۶]. در سال ۱۹۸۵، Schwartz برای اولین بار مفهوم کلامی درستی^۱ بر اساس رویکرد فاصله ای ارائه داد و به اسم مجموعه فازی مقدار فاصله ای^۲ نام گذاری کرد. او مزایای ساده سازی ریاضی و محاسباتی این مجموعه فازی مقدار فاصله ای را نشان داد. در حقیقت، مجموعه فازی نوع-۲ فاصله ای و مجموعه فازی مقدار فاصله ای، یک مفهوم مشترک از دو دیدگاه متفاوت را بیان می کنند [۴۱]. Gorzalczany در سال ۱۹۸۷، برای اولین بار شکل های نمایش مجموعه فازی مقدار فاصله ای را مطرح کرد.

3. Footprint Of Uncertainty
4. Karnik-Mendel
5. Type Reduction

1. Linguistic Truth
2. Interval Value- Fuzzy Set

u متغیر ثانویه، $f_x(u) \in [0, 1]$ درجه عضویت ثانویه است. پروفیسورزاده در ابتدا مجموعه فازی نوع-۲ را به صورت رابطه (۳) بیان کرد.

$$\tilde{A} = \bigcup_{\forall x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (3)$$

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \int_{u \in J_x} \frac{\mu_{\tilde{A}}(x, u)}{(u)}; \mu_{\tilde{A}}(x, u_i) = W_{x_i}, 0 \leq W_{x_i} \leq 1$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

که در آن $\mu_{\tilde{A}}(x)$ تابع عضویت ثانویه یا برش عمودی است. وزنهای W_{x_i} مربوط به متغیر ثانویه می‌باشند. نمای کلی تابع عضویت یک مجموعه فازی نوع-۲ در شکل (۲) نشان داده شده است. هرگاه همه درجات عضویت ثانویه در یک مجموعه فازی نوع-۲ برابر یک باشد، به آن مجموعه، مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای می‌گویند. در غیر این صورت، به آن مجموعه فازی، مجموعه فازی نوع-۲ کلی گفته می‌شود. تابع عضویت یک مجموعه فازی نوع-۲، سه بُعدی است [۹]. رسم شکل سه بُعدی تابع عضویت نوع-۲ ساده نیست؛ اما برای داشتن تجسمی از آن کشیدن دامنه دو بُعدی که به آن اثر عدم قطعیت (FOU) تابع عضویت نوع-۲ می‌گویند، مفید واقع می‌شود. در شکل (۲) اثر عدم قطعیت به وسیله یک تابع عضویت بالایی (UMF) و پایینی (LMF) محدود شده است.

در سال ۲۰۰۱، Jang و Ralescu با ارائه مفهوم اصلی بودن مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای، مطالعه اندازه عدم قطعیت مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای را آغاز نمودند [۴۵]. Wu و Mendel براساس روش کاهش مرتبه WM، کاهش مرتبه یک مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای را براساس دو باند عدم قطعیت حداکثر-حداقل مطرح نمودند و با استفاده از مشخصه هندسی اثر عدم قطعیت، پارامترهای باندهای عدم قطعیت را به دست آوردند [۴۶، ۴۷]. اخیراً آن‌ها براساس برش موجی، پنج اندازه از عدم قطعیت مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای را مطالعه کرده‌اند [۴۸-۵۰].

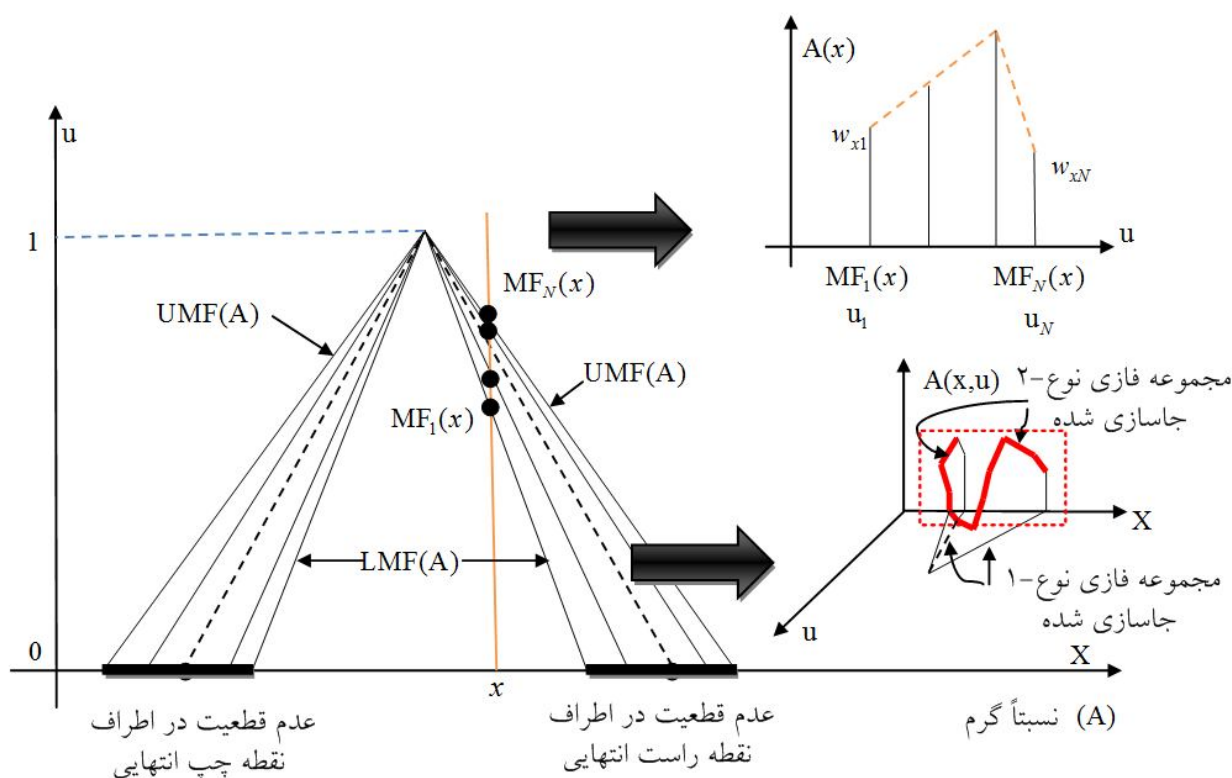
۳. مفاهیم پایه مجموعه و سیستم‌های فازی نوع-۲

یک مجموعه فازی نوع-۲ دارای تعاریف و اصطلاحات جدیدی است که بایستی آن‌ها را یاد گرفت. برای تمایز بین مجموعه فازی نوع-۲ و نوع-۱، با یک علامت \sqsubset در بالای نام آن مجموعه، نوع آن مجموعه مشخص می‌شود. مجموعه فازی نوع-۲ \tilde{A} را به صورت رابطه (۱) یا (۲) نمایش می‌دهند.

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x} = \int_{x \in X} \left[\int_{u \in J_x} \frac{f_x(u)}{(u)} \right] / x \quad (1)$$

$$\tilde{A} = \{ (x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | \forall x \in X \} \quad (2)$$

در این روابط X مجموعه مرجع، x متغیر اولیه یا متغیر اصلی، مانند فشار یا دما می‌باشد. $\mu_{\tilde{A}}(x)$ تابع عضویت ثانویه است. $J_x \subseteq [0, 1]$ مجموعه‌ای از درجات عضویت اولیه می‌باشد.



شکل (۲): تابع عضویت مجموعه فازی نوع-۲ [۹]

محور افقی (محور x) در مقادیر میانگین دو نقطه انتهایی قرار بگیرد و نوک آن در بین فاصله دو نقطه انتهایی قرار می گیرد. این تابع عضویت مثلثی نوع-۱ به صورت دو بُعدی همان طور که در شکل (۲) به صورت خطی نقطه چین نشان داده شده است، می باشد. متأسفانه این تابع عضویت نوع-۱ به طور کامل قطعیت وابسته به دو نقطه انتهایی را در نظر نگرفته است. در رویکرد دوم (فازی نوع-۲)، از میانگین نقاط انتهایی و پراکندگی هریک از نقاط انتهایی برای به دست آوردن یک فاصله عدم قطعیت در اطراف هر مقدار میانگین نقاط انتهایی استفاده می شود. با انجام این کار، مکان های دو نقطه انتهایی روی محور افقی x را می توان نامشخص در نظر گرفت؛ در نتیجه توابع عضویت مثلثی را می توان در مکان هایی در نظر گرفت که دو نقطه انتهایی آن ها می توانند در هر نقطه ای بر روی محور افقی x ، وابسته به نقاط انتهایی میانگین نامشخص قرار بگیرند. به این ترتیب، یک سری توابع عضویت

برای روشن شدن موضوع، به عنوان مثال، متغیر مورد علاقه را میزان گرمی هوای داخل هواپیما در نظر بگیرید، x ، که در بازه [۰,۱۰] تغییر می کند. مقدار صفر نشان دهنده هیچ مقدار گرمای هواست و میزان ۱۰ نشان دهنده حداکثر میزان گرمای هواست. از جمله عباراتی که ممکن است میزان درک از گرمای هوا را مشخص کند (مثلاً در سالن انتظار فرودگاه ها) «نسبتاً گرم» است. فرض کنید با بررسی ۱۰۰ مرد و زن، از آن ها خواسته می شود که دو نقطه انتهایی برای محدوده «نسبتاً گرم» در مقیاس صفر تا ۱۰ انتخاب کنند. مطمئناً نتایج به دست آمده از همه آن ها یکسان نیست؛ زیرا کلمات برای افراد مختلف معانی متفاوتی دارد. در یک رویکرد (فازی نوع-۱)، با میانگین گرفتن از این ۱۰۰ جفت نقاط انتهایی و سپس استفاده از مقادیر متوسط، یک فاصله ای مرتبط با «نسبتاً گرم» ساخته می شود. سپس یک تابع عضویت مثلثی (یا هر شکل دیگر)، می تواند ساخته شود، به نحوی که نقاط انتهایی آن بر روی

در شکل (۳)، تابع عضویت اولیه نوع-۲ گوسی با واریانس مشخص σ و قطعیت کامل، اما میانگین غیر قطعی m که در بازه $[m_1, m_2]$ تغییر می‌کند، نشان داده شده است. به هر مجموعه فازی نوع-۱ که در یک مجموعه فازی نوع-۲ وجود دارد و شامل تمام $x \in X$ می‌شود، یک مجموعه فازی نوع-۱ جاسازی شده (ET1-FS) می‌گویند، مانند تابع عضویت بالایی و پایینی که با نماد A_e نمایش داده می‌شود. به هر مجموعه فازی نوع-۱ جاسازی شده با درجات عضویت ثانویه، مجموعه فازی نوع-۲ جاسازی شده (ET2-FS) می‌گویند، مانند مسیری که در گوشه راست پایین شکل (۲) دیده می‌شود و با نماد $\square A_e$ نشان داده می‌شود. Mendel و Jhon در سال ۲۰۰۲، مجموعه فازی نوع-۲ را به صورت حاصل جمع تمام N_e مجموعه فازی نوع-۲ جاسازی شده یا همان برش موجی ارائه دادند که در رابطه (۴) بیان شده است.

(۴)

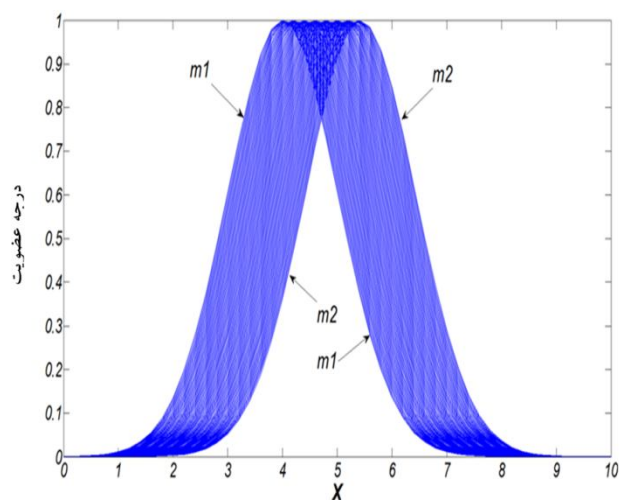
$$\square A = \bigcup_{j=1}^{N_e} \square A_e(j)$$

اگر در یک سیستم فازی، یکی از توابع عضویت قسمت‌های شرط یا نتیجه شامل یک مجموعه فازی نوع-۲ باشد، به آن سیستم، سیستم فازی نوع-۲ (T2-FLS) گفته می‌شود. یک نمونه قانون برای سیستم فازی نوع-۲ با p ورودی و ۱ خروجی به این صورت است.

$$R^l : \text{If } x_1 \text{ is } F_1^k \text{ and...and } x_p \text{ is } F_p^k \\ \text{Then } y \text{ is } G^l$$

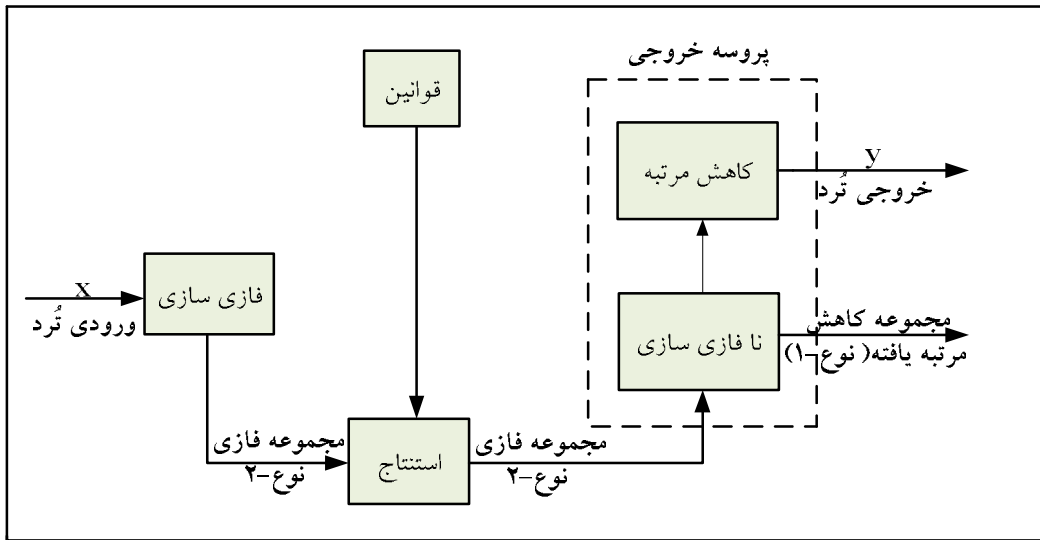
مثلی پیوسته خواهیم داشت. فرض کنید که دقیقاً N تابع مثلی وجود داشته باشد؛ بنابراین، در هر مقدار از محور افقی N درجه عضویت وجود خواهد داشت $MF_1(x), MF_2(x), \dots, MF_N(x)$. به هر یک از این درجه‌های عضویت، یک عدد وزنی بین صفر تا یک به صورت $w_{x1}, w_{x2}, \dots, w_{xN}$ تعلق می‌دهیم. این اعداد وزنی را می‌توان یک امکان وقوع، وابسته به هر یک از این درجات عضویت در x در نظر گرفت؛ در نتیجه، در هر x ، مجموعه این درجات یک تابع را تشکیل می‌دهند به نام تابع عضویت ثانویه $\{(MF_i(x), w_{xi}), i=1, 2, \dots, N\}$.

به این ترتیب، زمانی که تعیین درجه عضویت یک عنصر در یک مجموعه به عنوان ۱ یا ۰ امکان‌پذیر نباشد، مجموعه فازی را برای فازی‌سازی آن اعمال می‌کنیم. به طریق مشابه، زمانی که تعیین درجه عضویت یک عنصر در یک مجموعه فازی به عنوان یک عدد تُرد در بازه $[0, 1]$ امکان‌پذیر نباشد، می‌توانیم آن را دوباره فازی‌سازی نماییم (یعنی تابع عضویت فازی). اگر همه عدم قطعیت‌ها از بین بروند، یک مجموعه فازی نوع-۲ به یک مجموعه فازی نوع-۱ کاهش می‌یابد. به عنوان مثال، در شکل (۲) اگر عدم قطعیت‌های اطراف دو نقطه انتهایی از بین بروند، تنها نمودار تابع عضویت مثلی نقطه‌چین باقی می‌ماند.



شکل (۳): تابع عضویت گوسی با عدم قطعیت در میانگین [۸]

1. Embedded Type-1 Fuzzy Set
2. Embedded Type-2 Fuzzy Set
3. Type-2 Fuzzy Logic System



شکل (۴): ساختار یک سیستم فازی نوع-۲ [۳]

کاهش مرتبه در سیستم‌های فازی نوع-۲ در واقع همان روش‌های توسعه یافته نافازی‌سازی در سیستم‌های فازی نوع-۱ می‌باشند. کاهش مرتبه شامل روش‌های مرکز ثقل، مرکز مجموعه و ارتفاع است [۳]. مطالب بیشتر در رابطه با مفهوم مجموعه و سیستم‌های فازی نوع-۲ در [۹، ۵۱] آمده است.

۴. عدم قطعیت و منطق فازی نوع-۲

معمولاً عدم قطعیت را نقص در اطلاعات به دست آمده درباره یک پروسه می‌دانند و دلایل مختلفی از قبیل عدم قطعیت ناشی از اندازه‌گیری، پروسه، مدل، تخمین و پیاده‌سازی برای آن بیان می‌کنند.

پروفسور زاده در تعریف عدم قطعیت، آن را یک ویژگی از اطلاعات بیان داشته است. وی در سال ۲۰۰۵، با توجه به ناکافی دانستن رویکردهایی که در مواجهه با مشکلات ناشی از عدم قطعیت اطلاعاتی که بر پایه ادراک بوده و به یک زبان طبیعی بیان شده‌اند، نظریه عدم قطعیت کلی^۲ را پیشنهاد داد [۳۶]. در این نظریه، عدم قطعیت به وسیله مفهوم ساختار

تابع عضویت خروجی \tilde{B} در این حالت برابر خواهد بود با

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{B}}(y) &= \bigwedge_{i=1}^M \mu_{\tilde{G}_i}(y) \quad E_i(x) \\ E_i(x) &= \bigwedge_{i=1}^p \mu_{\tilde{F}_i}(x_i) \end{aligned} \quad (5)$$

به نحوی که $x_i \in X \subset \mathbf{R}$ و $y \in Y \subset \mathbf{R}$ و $i = 1, \dots, p$ ، $l = 1, \dots, M$ می‌باشند. با فرض داشتن M قانون، \tilde{F}_i^1 و \tilde{G}_i^1 متغیرهای زبانی x_i و y هستند. μ_F درجه عضویت متناظر با متغیر زبانی F می‌باشد. Π و \sqcap نماد اشتراک و اجتماع در مجموعه‌های فازی نوع-۲ می‌باشند.

در شکل (۴)، ساختار کلی یک سیستم فازی نوع-۲ نشان داده شده است. یک سیستم فازی نوع-۲ از چهار قسمت فازی سازی، قوانین، استنتاج و پروسه خروجی تشکیل شده است. درحقیقت، یک سیستم فازی نگاشت بین یک ورودی غیرفازی و یک خروجی غیرفازی می‌باشد. در یک سیستم فازی نوع-۲ پروسه خروجی شامل دو مرحله می‌باشد. ابتدا نگاشت یک مجموعه فازی نوع-۲ به یک مجموعه فازی نوع-۱ که به این مرحله کاهش نوع یا کاهش مرتبه^۱ گویند. سپس مرحله نافازی‌سازی مجموعه کاهش مرتبه یافته است. روش‌های

در سال ۲۰۰۷، Wu و Mendel با استفاده از نظریه‌ی نمایش برش موجی مجموعه فازی نوع-۲، معیارهای اندازه‌گیری عدم قطعیت فازی نوع-۱ را به مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای توسعه دادند [۴۸]. به دست آوردن فرمول‌هایی برای واریانس، عدم تقارن، فازی بودن و اصلی بودن یک مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای برای اندازه‌گیری میزان شباهت دو مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای و برای طراحی سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای با استفاده از قوانین عدم قطعیت مفید می‌باشد. آن‌ها در سال ۲۰۰۹ نشان دادند که از مفاهیم اصلی بودن و مرکز ثقل می‌توان در فرایند محاسبه با کلمات استفاده کرد [۵۶]. Mendel و Daoyuan در سال ۲۰۱۱، براساس نظریه نمایش سطح α این پنج مفهوم اندازه‌گیری عدم قطعیت را برای مجموعه فازی نوع-۲ کلی گسترش داده‌اند. اطلاعات بیشتر در رابطه با این معیارهای اندازه‌گیری عدم قطعیت در [۳۷-۴۵، ۴۰-۵۰] بیان شده است.

۵. محاسبه با کلمات

محاسبه کلمه^۵، روش محاسبه واژه‌ها و گزاره‌های برگرفته از زبان طبیعی است که رابطه‌ی بسیار نزدیکی با نظریه‌ی مجموعه‌های فازی دارد. فرایند محاسبه کلمه از قسمت‌های زیر تشکیل شده است: ابتدا استفاده از «کلمه» برای فعال کردن رایانه، سپس نگاهت به مجموعه فازی متناظر، بعد از آن نگاهت از این مجموعه فازی به مجموعه فازی دیگر توسط موتور محاسبه با کلمات و سرانجام بازگشت به قالب «کلمه». پروفیسورزاده در سال ۱۹۹۶ [۵۷]، برای اولین بار مفهوم محاسبه با کلمات^۶ را ارائه داد. بر این اساس، منطق فازی تقریباً برابر با محاسبات کلمه است. او مثال‌هایی برای

دانه دانه‌ای^۱ به اطلاعات مرتبط می‌شود. این مفهوم در تعامل انسان با جهان واقعی یک نقش کلیدی ایفا می‌کند. به بیان غیر رسمی، یک دانه از متغیر X یک دسته از مقادیر X می‌باشد که با یکدیگر در قابلیت تمایز یافتن^۲، شباهت، تعادل^۳ و مجاورت^۴ بسیار نزدیک باشند [۵۲].

برای استفاده از مجموعه‌های فازی به عنوان یک دانه در نظریه عدم قطعیت کلی، مشخص کردن مقدار عدم قطعیت وابسته به مجموعه فازی ضروری است. Klir [۵۳] و Harmanec [۵۴] سه قانون اساسی در استفاده از اندازه‌گیری‌های عدم قطعیت در شرایط مختلف را توسعه داده‌اند:

۱. قانون حداقل عدم قطعیت؛ ۲. قانون حداکثر عدم قطعیت؛ ۳. قانون تغییرناپذیری عدم قطعیت.

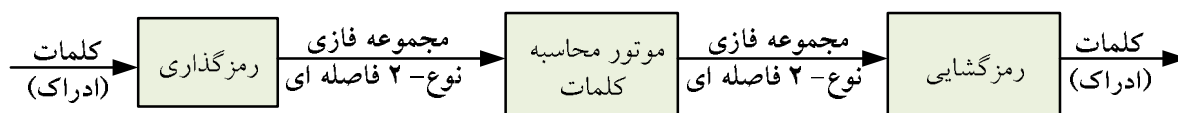
با این حال، Cross و Sudkamp [۵۵] نشان دادند که تعیین مقدار درجه عدم قطعیت در یک مجموعه فازی به نوع عدم قطعیتی که در تلاش برای اندازه‌گیری آن هستیم و اندازه‌گیری خاصی که انتخاب شده است، وابسته می‌باشد.

در میان اندازه‌گیری‌های عدم قطعیت که برای مجموعه‌های فازی نوع-۱ پیشنهاد شده‌اند، پنج معیار مرکز ثقل، واریانس، عدم تقارن، فازی بودن و اصلی بودن بیشتر مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این معیارها مشخصات بسیار مفیدی را از مجموعه فازی به دست می‌دهند، از جمله پاسخ به سؤالاتی از قبیل «چه تعداد X برابر با A هستند؟ آیا تعداد X ‌هایی که A هستند، از تعداد X ‌هایی که B هستند بیشتر است؟» این پرسش‌ها معمولاً در خوشه‌بندی، محاسبه با کلمات، ارتباطات با پایگاه‌های داده و سیستم‌های هوشمند، تصمیم‌گیری در محیط‌های فازی، استفاده می‌شوند.

1. Granular Structure
2. Indistinguishability
3. Equivalence
4. Proximity

محاسبه با کلمات به وسیله مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای را بیان نمود. Mendel [۶۱] براساس اینکه کلمات دارای عدم قطعیت و مجموعه‌های فازی نوع-۱ دارای قطعیت هستند، استفاده از مجموعه‌های فازی نوع-۱ برای مدل کردن کلمات را نابه‌جا دانسته و معتقد بود که مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای، عدم قطعیت کلمه را بهتر می‌تواند مدل کند [۶۲].

مدل کردن کلمه با استفاده از اجزایی از جنس فازی نوع-۱ ارائه داد. در سال ۲۰۰۱، Mendel [۵۸] نیازمندی محاسبه با کلمات به مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای را مطرح کرد. استدلال او بر اساس اینکه «کلمات دارای معانی متفاوتی برای افراد مختلف هستند [۵۹]» بنا شده بود. Türkşen [۶۰] قوی‌تر شدن دانش استدلال تقریبی و استدلال نمایشی برای



شکل (۵): فرایند محاسبه ادراکی [۶۲]

به‌عنوان پایه‌ای برای محاسبات کلمه ارائه داده است [۶۷]. در [۶۸-۷۲] مفاهیم رتبه‌بندی مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای، تشابه و متوسط زبانی وزن داده شده ارائه شده‌اند. در سال ۲۰۰۹، Wu و Mendel تعداد زیادی آزمایش بر روی روش‌های دسته‌بندی، اندازه‌گیری شباهت و اندازه‌گیری عدم قطعیت انجام داده‌اند و نتایج آن را با داده‌های واقعی مقایسه کرده‌اند [۵۶].

۲.۵. فرایند محاسبه ادراکی^۵

Mendel در سال ۲۰۰۱، اصطلاح محاسبه ادراکی [۵۸] را برای یک ساختار خاص از نظریه محاسبه با کلمات بیان کرد. همان‌طور که در شکل (۵) نمایش داده شده است، فرایند محاسبه ادراکی از سه بخش رمزگذاری، موتور محاسبه با کلمات و رمزگشایی تشکیل شده است. همانند رویکرد کلی محاسبه با کلمات، ابتدا تمام کلمات به مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای رمزگذاری می‌شوند، سپس عبارت‌های محاسباتی موتور به استدلال خروجی برحسب مجموعه فازی نوع-۲

۱.۵. فرایند محاسبه با کلمات

محاسبه با کلمات (مانند راحتی، سلامت، امنیت و ...) آرمان نهایی است که مجموعه‌های فازی نوع-۲ راه رسیدن به آن را هموار می‌کنند. برای استفاده از مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای جهت مدل کردن کلمه، بایستی اطلاعات درباره «کلمه» از یک دسته از اشیا جمع‌آوری شده باشد. در حال حاضر، دو روش کاملاً متفاوت وجود دارد: روش اول براساس تابع عضویت شخصی و روش دوم براساس نقاط انتهایی فاصله می‌باشد. اطلاعات بیشتر در [۶۳-۶۵] آمده است.

در یک سیستم قانون پایه، مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای برای مدل کردن، علاوه بر قسمت‌های زبانی قوانین، ارتباط‌دهنده‌های and/or را نیز شامل می‌شود. Türkşen [۶۶] اندازه اعتماد^۱، اندازه معقول بودن^۲ و اندازه امکان^۳ را به وسیله یک مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای در یک عبارت شفاف بیان کرد. او همچنین در سال ۲۰۰۷، پیشنهاد نظریه فوق زبان^۴ را

1. Belief Measure
2. Plausibility Measure
3. Probability Measure
4. Meta-Linguistic

5. Perceptual Computer

مرکز ثقل مجموعه فازی نوع ۲- نیاز به انجام چندین تکرار دارد؛ بنابراین، در کاربردهای عملی همچنان پیچیده است [۷۸].

به طور مختصر، راه‌های برطرف کردن پیچیدگی سیستم فازی نوع ۲- فاصله‌ای به ۳ دسته تقسیم می‌شود: ۱. کاستن از زمان تکرارها در مرحله‌ی کاهش مرتبه؛ ۲. اجتناب از تکرار در مرحله کاهش مرتبه؛ ۳. ساده‌سازی قوانین فازی. در جدول (۱) به طور خلاصه، روش‌های برطرف کردن پیچیدگی سیستم‌های فازی نوع ۲- فاصله‌ای بیان شده است.

۱.۶. کاستن از زمان تکرارها

در سال ۲۰۰۵، Mendel [۷۹] نشان داد زمانی که اثر عدم قطعیت یک مجموعه فازی نوع ۲- فاصله‌ای، متقارن باشد و مرکز ثقل هم با ویژگی‌های متقارن باشد، آنگاه استفاده از الگوریتم KM برای محاسبه مرکز ثقل مجموعه فازی نوع ۲- فاصله‌ای، نیمی از حجم محاسبات را کاهش می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی‌های گسترده با استفاده از الگوریتم‌های KM تقویت شده، نشان داد به‌طور متوسط با کاهش دو تکرار بیش از ۳۹ درصد در زمان محاسبات صرفه‌جویی می‌شود [۸۱، ۸۰]. Melgarejo در سال ۲۰۰۷، با استفاده از یک الگوریتم بازگشتی سریع‌تر از الگوریتم KM، مسئله افزایش سرعت بدون کاهش دقت محاسبات را حل کرد [۸۲]. Duran و همکارانش الگوریتم تکراری محاسبه مرکز ثقل کلی یک مجموعه فازی نوع ۲- فاصله‌ای را ارائه دادند. این الگوریتم با فراهم کردن شرایط توقف، سرعت الگوریتم اصلی را بالا می‌برد. نتایج شبیه‌سازی، بازده بالاتر این روش از الگوریتم‌های تقویت‌شده KM را نشان می‌داد [۸۳].

فاصله‌ای می‌پردازند. سرانجام رمزگشایی مجموعه فازی نوع ۲- فاصله‌ای به کلمات صورت می‌گیرد.

برای رسیدن به مرحله رمزگذاری، Wu و Mendel به‌وسیله روش فاصله‌ای [۷۳]، با استفاده از داده‌های یک گروه از اشیا و سپس ساختن اثر عدم قطعیت، کلمه را به‌صورت رمز به مجموعه فازی نوع ۲- فاصله‌ای تبدیل می‌کنند. یک فرض مهم در طراحی موتور محاسبه کلمات، ضرورت فعال کردن قوانین برای ساختن اثر عدم قطعیت است. Wu و Mendel در سال ۲۰۰۸، روشی ترکیبی برای موتور محاسبه‌گر کلمه برمبنای قوانین اگر - آنگاه فازی به اسم موتور استنتاج برمبنای فاصله فعال‌ساز پیشنهاد داده‌اند [۷۵، ۷۴]. در [۷۶] مطالعه‌ی مفصلی بر مشخصه‌های استدلال ادراکی انجام شده است. در سال ۲۰۰۹، Mendel [۷۷] مروری جامع بر ایده‌های امکان‌پذیر، برای حل مسائل خاصی که در محاسبات با کلمات پیش می‌آید، نوشته است.

۶. روش‌های برطرف کردن پیچیدگی سیستم فازی

نوع ۲- فاصله‌ای

مجموعه فازی نوع ۲- فاصله‌ای، ساده شده‌ی مجموعه فازی نوع ۲- می‌باشد. مرحله کاهش مرتبه به‌نحوی باید طراحی بشود که اگر همه‌ی عدم قطعیت‌ها از بین بروند، مجموعه فازی نوع ۲- بایستی به مجموعه فازی نوع ۱- کاهش رتبه یابد. با این حال، به‌علت پیچیدگی ذاتی و افزونگی مجموعه فازی نوع ۲-، کاهش مرتبه در سیستم فازی نوع ۲- فاصله‌ای هنوز مسئله است. اگرچه الگوریتم کاهش مرتبه KM موجب شد سیستم فازی نوع ۲- فاصله‌ای، به‌عنوان جریان اصلی تحقیق در حوزه‌ی نظریه‌ی فازی نوع ۲- قرار بگیرد [۲]، برای محاسبه

جدول (۱): روش‌های برطرف کردن پیچیدگی سیستم‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای

بخش مرتبط در مقاله	نویسنده	سال انتشار	موضوع ارائه شده
کاستن از زمان تکرارها	Mendel	[۷۹]۲۰۰۵	کاهش نیمی از حجم محاسبات، در صورت متقارن بودن اثر عدم قطعیت
کاستن از زمان تکرارها	Dongrui & Mendel	[۸۰]۲۰۰۷	الگوریتم KM تقویت شده
کاستن از زمان تکرارها	Melgarejo	[۸۲]۲۰۰۷	الگوریتم سریع تر از KM
کاستن از زمان تکرارها	Duran & Bernal & Melgarejo	[۸۳]۲۰۰۸	الگوریتم تکراری محاسبه مرکز ثقل
اجتناب از تکرار	Dongrui & Wan	[۸۴]۲۰۰۵	استفاده از مجموعه‌های فازی نوع-۱ به جای اثر عدم قطعیت
اجتناب از تکرار	Maowen & Wan	[۸۵]۲۰۰۸	فرم بسته برای خروجی مرحله کاهش مرتبه
اجتناب از تکرار	Greenfield & Chiclana & Cupleand & Jhon	[۸۶]۲۰۰۹	رویکرد جدید نافازی سازی
ساده سازی قوانین	Qilian & Mendel	[۸۸]۲۰۰۶	تجزیه به مقادیر تکین
ساده سازی قوانین	Ming & Garibaldi & Jhon & Chiclana	[۸۹]۲۰۰۹	الگوریتم تجزیه چرخشی

۲.۶. اجتناب از تکرار در مرحله کاهش مرتبه

Dongrui و Wan در سال ۲۰۰۵، برای برطرف کردن پیچیدگی سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای، روشی برای اجتناب از تکرار ارائه دادند. آن‌ها از مجموعه فازی نوع-۱ به جای اثر عدم قطعیت استفاده کردند. این روش اجرا سریع است، اگرچه نقصی مهم دارد، اجازه عبور عدم قطعیت از موتور استنتاج فازی را نمی‌دهد [۸۴]. Wan و Maowen [۸۵] در سال ۲۰۰۸، روشی بر مبنای برش عمودی ارائه دادند. از مزایای این روش، ارائه‌ی یک فرم بسته^۱ برای خروجی مرحله کاهش مرتبه است و به وسیله‌ی آن می‌توان سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای را آنالیز نظری کرد. در یک آزمایش، این روش ۵۰ درصد در زمان محاسبات نسبت به روش تکراری کاهش مرتبه KM صرفه‌جویی می‌کند [۸۵]. در سال ۲۰۰۹، در جهت اجتناب از نافازی سازی مستقیم سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای کاهش مرتبه یافته، یک رویکرد جدید نافازی سازی ارائه شده است [۸۷، ۸۶].

۳.۶. ساده سازی قوانین فازی

ساده کردن یک سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای با استفاده از ساده و مؤثر کردن قوانین فازی به کاررفته در آن، ایده‌ای دیگر برای ساده کردن پیچیدگی یک سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای است. موضوع اصلی از ساخت یک سیستم فازی ساده این است که چطور کارایی سیستم تقریب زده شده می‌تواند حداقل کردن قوانین فازی را تضمین کند. در حال حاضر، روش‌های زیادی برای ساده کردن یک سیستم فازی نوع-۱ توسعه داده شده است. با این حال، نتایج تحقیقات در مورد ساده کردن یک سیستم فازی نوع-۲ بسیار محدود است. Qilian و Mendel [۸۸] اولین مطالعه درباره‌ی روش طراحی ساده سازی یک سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای را بر اساس تجزیه مقادیر تکین (SVD-QR)^۲ انجام دادند. نتایج آزمایش پیش‌بینی سری زمانی نشان داد کارایی سیستم فقط مقدار کمی کاهش پیدا می‌کند. این روش می‌تواند به طور محسوسی تعداد قوانین سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای را کاهش دهد. با این حال، این روش نسبت به انتخاب روش دسته‌بندی^۳ بسیار حساس است و چگونگی

2. Singular Value Decomposition-QR
3. Sorting

1. Closed-form

نوع ۲- مثلثی، بر مبنای توسعه t - نرم به همراه سیستم فازی نوع ۲- مثلثی ارائه داد [۹۲، ۹۱]. محاسبات این تقریب‌ها فقط شامل تابع عضویت اولیه، تابع عضویت بالا و پایین می‌شود. این محاسبات فقط سه پارامتر را ذخیره می‌کنند که می‌تواند به حالت چند متغیره توسعه داده شود. او در سال ۲۰۰۹ فرمول‌های مختلف تحلیلی از t - نرم مثلثی توسعه داده شده، ارائه داد [۹۳]. نتایج [۹۳-۹۱] راهی مؤثر در بهینه‌کردن پارامترهای سیستم فازی نوع ۲- و رسیدن به قانون تطبیقی طراحی شده را فراهم می‌کنند. اخیراً Ling و Zhang چارچوب جدیدی برای تعریف عملگرهای مجموعه فازی نوع ۲- مثلثی ارائه داده‌اند [۹۴].

۲.۷. ساده‌سازی نظریه نمایش

در این قسمت، سه نظریه وجود دارد: ۱. نظریه نمایش هندسی؛ ۲. نظریه نمایش سطح آلفا؛ ۳. نظریه نمایش برش Z . Coupland و Jhon در سال ۲۰۰۵، با ارائه روش جدید نمایش هندسی توابع عضویت ثانویه، سرعت استنتاج سیستم فازی نوع ۲- را افزایش دادند. آن‌ها با انجام دو آزمایش نشان دادند که بین تعداد قوانین فازی و سرعت استنتاج سیستم فازی نوع ۲- رابطه‌ای وجود دارد [۹۵]. روش نمایش هندسی بر مبنای بخش گسسته‌سازی روش تقریب محاسبات بنا شده است و بر اساس بخش گسسته‌سازی، فرمول محاسبه برای بهینه‌سازی یک سیستم فازی نوع ۲- کلی به دست می‌آید. Coupland و Jhon در سال ۲۰۰۷، نشان دادند در پیاده‌سازی نمایش هندسی یک سیستم فازی نوع ۲- کلی، بین تعداد نقاط گسسته و زمان محاسبات، رابطه‌ای خطی وجود دارد [۹۶]. همچنین آن‌ها روش نافازی‌ساز هندسی را برای ساختن مجموعه فازی نوع ۲- کلی ارائه دادند که قابلیت اجرای بلادرنگ و اعمال به مسائل عملی کنترلی را دارد [۹۷، ۹۸]. نتایج شبیه‌سازی یک سیستم فازی نشان داد که روش نافازی‌سازی هندسی ۲۰۰۰۰۰ برابر از روش کاهش مرتبه سریع‌تر اجرا می‌شود [۹۸]. همچنین اگر مجموعه فازی نوع ۲- کلی هندسی از مجموعه فازی نوع ۲- مثلثی استفاده کند، پیچیدگی آن می‌تواند به حداقل کاهش پیدا کند.

تخمین دسته‌بندی هنوز یک مسئله است. برای اجتناب از این مشکل، در سال ۲۰۰۹ Ming و همکارانش [۸۹] یک الگوریتم تجزیه QR چرخشی پیشنهاد داده‌اند. آزمایش‌ها بر مبنای داده‌های واقعی نشان داد این روش برای تضمین صحت تقریب نسبت به [۸۸] در ساده‌سازی قوانین بیشتر مؤثر است.

۷. روش‌های برطرف کردن پیچیدگی سیستم فازی

نوع ۲- کلی

مجموعه‌های فازی نوع ۲- کلی آزادی طراحی بیشتری نسبت به مجموعه فازی نوع ۲- فاصله‌ای فراهم می‌کنند تا علاوه بر افزایش ظرفیت کاهش اثر عدم قطعیت‌های بالا، کاربردهای بالقوه و تأثیر گسترده‌تری داشته باشند [۲]. سیستم‌های فازی نوع ۲- کلی به اندازه سیستم‌های فازی نوع ۲- فاصله‌ای، مورد استفاده وسیعی قرار نگرفته‌اند. دلیل اصلی این امر به قرار زیر می‌باشد: اول پیچیدگی مجموعه فازی نوع ۲- کلی که به موجب آن نتایج عملگرها در محاسبات سیستم فازی نوع ۲- کلی در استنتاج خروجی فازی بسیار پیچیده شود [۵۱]؛ دوم، روش کاهش مرتبه در سیستم فازی نوع ۲- کلی که شامل محاسبات مرکز ثقل می‌شود، حجم انبوه محاسبات ناشی از نظریه فازی نوع ۲- را به همراه دارد [۳، ۴]. در سال‌های اخیر، روش ساده‌سازی عملی مجموعه فازی نوع ۲- کلی موجب تمرکز پیدا کردن مطالعه بر نظریه فازی نوع ۲- شده است. تاکنون دو روش اصلی برای برطرف کردن پیچیدگی سیستم فازی نوع ۲- کلی پیشنهاد گردیده است: یکی روش تقریب محاسبات و دیگری ساده‌سازی نظریه نمایش می‌باشد. در جدول (۲) به طور خلاصه، روش‌های برطرف کردن پیچیدگی سیستم فازی نوع ۲- کلی بیان شده است.

۱.۷. روش تقریب محاسبات

در سال ۲۰۰۷، Greenfield فرمولی بهینه برای محاسبات مجموعه فازی نوع ۲- کلی ارائه داد. او به این موضوع اشاره کرده است که با یک گسسته‌سازی خوب، به وسیله این تقریب، عملگرهای مجموعه می‌توانند استنتاج فازی را سرعت بدهند [۹۰]. Starczewski تقریب‌های موثری از مجموعه فازی

جدول (۲): روش‌های برطرف کردن پیچیدگی سیستم‌های فازی نوع-۲ کلی

بخش مرتبط در مقاله	نویسنده	سال انتشار	موضوع ارائه شده
تقریب محاسبات	Greenfield & Jhon	[۹۰]۲۰۰۷	فرمول بهینه برای محاسبات فازی نوع-۲ کلی
تقریب محاسبات	Starzewski	[۹۱]۲۰۰۶	تقریب‌هایی بر مبنای توسعه t -نرم
تقریب محاسبات	Starzewski	[۹۳]۲۰۰۹	فرمول‌های تحلیلی از t -نرم مثلثی
تقریب محاسبات	Ling & Zhang	[۹۴]۲۰۱۱	چارچوب جدید برای تعریف عملگرهای مثلثی
ساده سازی نظریه نمایش	Cupland & Jhon	[۹۵]۲۰۰۵	رابطه بین تعداد قوانین فازی و سرعت استنتاج سیستم
ساده سازی نظریه نمایش	Cupland & Jhon	[۹۶]۲۰۰۷	رابطه خطی بین تعداد نقاط گسسته و زمان محاسبات
ساده سازی نظریه نمایش	Cupland	[۹۷]۲۰۰۷	نظریه نمایش هندسی
ساده سازی نظریه نمایش	Cupland & Jhon	[۹۸]۲۰۰۸	روش نا فازی سازی هندسی با قابلیت اجرای بلادرنگ
ساده سازی نظریه نمایش	Liu	[۳۸]۲۰۰۸	نظریه نمایش سطح آلفا
ساده سازی نظریه نمایش	Wagner & Hagrais	[۱۰۱]۲۰۰۸	نظریه نمایش برش Z
ساده سازی نظریه نمایش	Wagner & Hagrais	[۱۰۲]۲۰۱۰	چارچوب کلی از برش Z

جدول (۳): کاربردهای منطق فازی نوع-۲

کاربرد	نویسنده	سال انتشار	موضوع ارائه شده
پزشکی	Jhon & Innocent	[۱۰]۲۰۰۰	پیش پردازش عکس‌های رادیوگرافی
پزشکی	Ozen & Garibaldi	[۱۱]۲۰۰۳	تخمین میزان سلامت نوزاد تازه متولد شده
پزشکی	Lascio & Gisolfi & Nappi	[۱۲]۲۰۰۵	تشخیص بیماری و مدل‌سازی سازگاری نشانه یک بیماری با آن بیماری در قالب عبارات زبانی
کنترل	Figueroa & Posada & Soriano & Melgarejo & Rojas	[۱۳]۲۰۰۵	کنترل روبات‌های فوتبالیست
کنترل	Doctor & Hagrais & Callaghan	[۱۴]۲۰۰۴	مدل‌سازی رفتار افراد در یک اتاق هوشمند
کنترل	Melin & Castillo	[۱۵]۲۰۰۴	کنترل سیستم
کنترل	Singh & Srivastava & Hanmandlu & Gupta	[۱۶]۲۰۰۹	شناسایی سیستم‌های غیر خطی
کنترل	Wan & Junwei	[۱۷]۲۰۰۴	کنترل تناسبی
بازشناخت الگو	Mitchell	[۱۸]۲۰۰۵	طبقه بندی
بازشناخت الگو	Cheul & Hoon	[۱۹]۲۰۰۷	خوشه بندی
بازشناخت الگو	Melin & Mendoza & Castillo	[۲۰]۲۰۱۰	تشخیص لبه در عکس‌های دیجیتال
بازشناخت الگو	Hoon	[۲۱]۲۰۰۷	نمایاندن عدم قطعیت‌های موجود در هر خوشه
موارد دیگر	Mendel & Jhon	[۴]۲۰۰۲	برخی دیگر از کاربردهای منطق فازی-۲

طبقه‌بندی کنند. نتایج نشان داد صحت آن بین ۲۷ تا ۷۰ درصد است؛ اما از آنجاکه این تصاویر به خودی خود به‌سختی طبقه‌بندی می‌شوند، با پیش‌پردازش تصاویر به‌وسیله‌ی مجموعه فازی نوع-۲ این صحت طبقه‌بندی به ۵۴ تا ۶۰ درصد بهبود یافت.

تعقیب اهداف متحرک [۱۳] در زمینه مسابقات فوتبال روباتیک، یکی از مهم‌ترین مسائل است. در این مسئله، روبات بازیکن باید شی متحرک (توپ) را به‌درستی دنبال کند. هدف نهایی بازیکنان رسیدن به موقعیت توپ است. در این مسابقات، موقعیت بازیکنان و توپ با پردازش تصاویر آن‌ها تعیین می‌شود. با استفاده از کنترل‌کننده فازی نوع-۲ فاصله‌ای بر عدم قطعیت موجود در مسئله تعقیب هدف متحرک می‌توان فایق آمد. مقایسه نتایج آزمایش کنترل‌کننده فازی نوع-۲ و نوع-۱ نشان داد مسیر طی شده توسط کنترل‌کننده فازی نوع-۱ دارای انحراف بزرگ‌تر و مسیرهای دارای اعوجاج می‌باشد؛ ولی مسیر مربوط به کنترل‌کننده فازی نوع-۲ مسیر منظمی بوده است.

بیشتر کاربردهای مجموعه‌های فازی نوع-۲ از مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای استفاده می‌کنند؛ اما اخیراً رشد قابل توجهی در استفاده از مجموعه‌های فازی نوع-۲ کلی صورت گرفته است. علت این موضوع برمی‌گردد به درجه آزادی بیشتری که مجموعه‌های فازی نوع-۲ کلی نسبت به مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای برای طراحی در اختیار قرار می‌دهند؛ بنابراین، پتانسیل بازدهی بیشتری نسبت به سیستم‌هایی که از مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای استفاده می‌کنند، دارند. در زمینه پزشکی، سیستم‌های فازی نوع-۲ کلی برتری بیشتری بر سیستم‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای دارند؛ به‌علت اینکه در اکثر کاربردهای پزشکی، سیستم‌ها علاوه بر اینکه به زمان اجرای سریع احتیاج ندارند، شامل عدم قطعیت‌های زیادی نیز هستند. در جدول (۳) خلاصه‌ای از کاربردهای منطق فازی نوع-۲ آمده است.

در سال ۲۰۰۸، Liu [۳۸] نظریه نمایش برش افقی را برای مجموعه فازی نوع-۲ معرفی کرد. این نظریه در مطالعات نظری و هم در محاسبات مجموعه‌های فازی نوع-۲ بسیار سودمند است. از آنجاکه شباهت زیادی به مفهوم برش آلفا در مجموعه فازی نوع-۱ دارد، آن را روش نمایش سطح آلفا می‌نامند. Mendel نشان داد که به‌علت وجود فرم بسته فرمول برای عملگرها در مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای، محاسبات نمایش سطح آلفا بسیار ساده است [۱۰۰،۹۹].

Wagner و Hagrais در سال ۲۰۰۸، رویکردی جدید به نام برش Z برای نمایش مجموعه فازی نوع-۲ کلی بر مبنای مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای برای اولین بار معرفی کردند [۱۰۱]. آن‌ها بیان داشتند که برش Z به‌طور وسیعی محاسبات مجموعه فازی نوع-۲ کلی را ساده می‌کند [۱۰۲،۱۰۱]. [۱۰۲] آن‌ها در سال ۲۰۱۰، چارچوبی کلی از برش Z بر اساس سیستم فازی نوع-۲ کلی ارائه دادند. برش Z امکان کاربرد سیستم فازی نوع-۲ کلی با استفاده از سخت‌افزارهای امروزی، با کمترین افزایش پیچیدگی در مقایسه با سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای را فراهم می‌کند [۱۰۲]. مسئله کنترل دو روبات متحرک خودگردان بر اساس کنترل‌کننده فازی مبتنی بر برش Z بررسی شده است [۱۰۳،۱۰۲]. چگونگی استفاده از غیر تک مقدار فازی برای ساختن برش Z یک سیستم فازی نوع-۲ کلی، همچنین بررسی بُعد سوم و تأثیر آن در مدل‌کردن عدم قطعیت در مجموعه فازی نوع-۲ کلی، می‌تواند از زمینه‌های تحقیقی آینده باشد.

۸. کاربردهای منطق فازی نوع-۲

در این بخش، به بیان مزایا و معایب منطق فازی نوع-۲ در برخی کاربردهای آن اشاره می‌کنیم. در [۱۰] از تصاویر رادیوگرافی برای طبقه‌بندی صدمات وارد به ساق پا در مسابقات ورزشی استفاده کرده است. تعداد ۲۰۰ تصویر طی ۱۵ سال جمع‌آوری شد تا با استفاده از شبکه عصبی آن‌ها را

۹. ابزارهای موجود در رابطه با منطق فازی نوع-۲

با توجه به نوظهور بودن منطق فازی نوع-۲، تاکنون ابزارهای تخصصی برای استفاده از مجموعه‌های فازی نوع-۲ طراحی نشده است و کاربران بایستی در محیط نرم‌افزار متلب، با نوشتن برنامه خود به صورت M-file از منطق فازی نوع-۲ استفاده کنند؛ البته Mendel و همکاران در آدرس الکترونیکی <http://sipi.usc.edu/~mendel/software/> بسته‌ای شامل M-file های متلب قرار داده‌اند. این بسته شامل ۶ قسمت می‌باشد: سیستم فازی نوع-۲ کلی، سیستم فازی نوع-۲ فاصله ای، کاهش مرتبه، سیستم فازی نوع-۱، رویکرد فاصله‌ای به ابهام و میانگین‌های وزنی جدید می‌باشد که به مرور بعضی از برنامه‌های مربوط به کتب تألیف شده توسط نویسندگان در این مجموعه اضافه شده است.

اما تعداد بسیار کمی از مقالات [۱۰۴-۱۰۷] هم در راستای طراحی جعبه‌ابزار فازی نوع-۲ برای نرم‌افزار متلب، اقدام به طراحی واسط گرافیکی کاربر^۱ نموده‌اند. Castro و همکاران در سال ۲۰۰۷، به طراحی و توسعه واسطی گرافیکی برای ساختن، ویرایش و مشاهده سیستم‌های استنتاج فازی نوع-۲ اقدام نمودند [۱۰۴]. Castro و همکاران جعبه ابزاری برای توسعه سیستم‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای برای نرم افزار متلب طراحی کرده‌اند؛ اما دسترسی به آن ملتزم به پرداخت حق امتیاز است؛ بنابراین، در دسترس عموم قرار ندارد [۱۰۷].

۱۰. بحث و نتیجه‌گیری

کاربردهای موفقیت‌آمیز در شرایط دارای عدم قطعیت بالا نشان‌دهنده‌ی بازدهی بالاتر سیستم‌های فازی نوع-۲ نسبت به سیستم نوع-۱ می‌باشد؛ اما همان‌طور که دیده شد، مسئله پیچیدگی سیستم فازی نوع-۲ هنوز به‌طور کامل حل نشده

است و تا حدودی کاربرد بلادرنگ آن را محدود می‌کند. به‌طور خلاصه، موضوعات زیاد مختلفی درباره‌ی نظریه فازی نوع-۲ برای مطالعه وجود دارد که عمدتاً در زمینه‌های زیر می‌باشند:

اول، طراحی قانون تطبیقی بلادرنگ برای سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای است. عموماً سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای تطبیقی دارای دو نقص است: اول الگوریتم KM نمی‌تواند فرمول بسته‌ای ارائه دهد؛ دوم مشکل بزرگ در محاسبه مشتق که مستقیماً پیچیدگی محاسبات را افزایش می‌دهد [۷۸]. اگرچه کاهش زمان تکرارها و اجتناب از تکرار در مرحله کاهش مرتبه و استفاده از قوانین ساده، روش‌هایی برای ساده‌سازی سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای می‌باشند، در کاربردهای عملی، مرحله کاهش مرتبه با استفاده از الگوریتم‌های KM و WM باقی مانده است؛ بنابراین، روش ساده برای اعمال کاربرد بلادرنگ سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای و ارائه فرم بسته فرمول مرحله کاهش مرتبه برای طراحی سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای تطبیقی در آینده انتظار می‌رود.

دوم، پیچیدگی موضوع در رابطه با سیستم فازی نوع-۲ کلی، سیستم فازی نوع-۲ کلی می‌تواند عدم قطعیت‌های پیچیده‌تر را مدل کند؛ پس ظرفیت بیشتر و بهتری نسبت به سیستم فازی نوع-۲ فاصله‌ای برای مقابله با عدم قطعیت‌ها دارد [۲]؛ اما برای پیچیدگی مسئله درباره سیستم فازی نوع-۲ کلی، روش تقریب محاسبات و سه نظریه نمایش ساده ارائه شده است که در جدول (۲) به آن‌ها اشاره شده است. نظریه نمایش هندسی و نظریه برش Z هنوز دارای برخی از مشکلات هستند؛ بنابراین، تحقیق در زمینه پیچیدگی سیستم فازی نوع-۲ کلی و اعمال آن به سیستم‌های بلادرنگ موضوع تحقیق در مطالعات آینده خواهد بود.

سوم، ساخت رویکردی اصولی در طراحی بهینه ساختار سیستم فازی نوع-۲ می‌باشد. در حال حاضر، طراحی ساختار سیستم فازی نوع-۲ به صورت قابل توجهی وابسته به طراح است و رویکردی اصولی برای طراحی بهینه تشکیل نشده است. به‌خصوص در تعیین شکل تابع عضویت مشکل وجود

- [4] J. M. Mendel and R. I. B. John, "Type-2 Fuzzy Sets Made Simple," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 10, pp. 117-127, 2002.
- [5] L. A. Zadeh, "The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning—I," Information Sciences, Vol. 8, pp. 199-249, 1975.
- [6] E. Hisdal, "The IF THEN ELSE Statement and Interval-Valued Fuzzy Sets of Higher Type," International Journal of Man-Machine Studies, Vol. 15, pp. 385-455, 1981.
- [7] S. Coupland and R. John, "Type-2 Fuzzy Logic and The Modeling of Uncertainty, Fuzzy Sets and Their Extensions: Representation, Aggregation and Models." Vol. 220, H. Bustince, F. Herrera, and J. Montero, Eds., ed: Springer Berlin / Heidelberg, 2008, pp. 3-22.
- [8] J. M. Mendel, "Type-2 Fuzzy Sets: Some Questions and Answers," Neural Networks Society Newsletter, IEEE, Vol. 1, pp. 10-13, 2003.
- [9] J. M. Mendel, "Type-2 Fuzzy Sets and Systems: an Overview," Computational Intelligence Magazine, IEEE, Vol. 2, pp. 20-29, 2007.
- [10] R. I. John, P. R. Innocent, and M. R. Barnes, "Neuro-Fuzzy Clustering of Radiographic Tibia Image Data Using Type 2 Fuzzy Sets," Information Sciences, Vol. 125, pp. 65-82, 2000.
- [11] T. Ozen and J.M. Garibaldi, "Investigating Adaptation in Type-2 Fuzzy Logic Systems Applied to Umbil-ical Acid-Base Assessment," In Proceedings of The 2003 European Symposium on Intelligent Technologies, pp. 289-294, Oulu, Finland, July 2003.
- [12] L. Di Lascio, A. Gisolfi, and A. Nappi, "Medical Differential Diagnosis through Type-2 Fuzzy Sets," The 14th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2005, pp. 371-376.
- [13] J. Figueroa, J. Posada, J. Soriano, M. Melgarejo, and S. Rojas, "A Type-2 Fuzzy Controller For Tracking Mobile Objects in The Context of Robotic Soccer Games," In Proc. FUZZ-IEEE 2005, pp. 359-364, Reno, AZ, USA, May 2005.
- [14] F. Doctor, H. Hagra, and V. Callaghan, "A Type-2 Fuzzy Embedded Agent For Ubiquitous Computing Environments," In Proc. FUZZ-IEEE 2004, pp. 1105-1110, Budapest, Hungary, July 2004.
- [15] P. Melin and O. Castillo, "Intelligent Control of Non-Linear Dynamic Plants Using Type-2 Fuzzy Logic and Neural Networks," In Proc. FUZZ-IEEE 2004, Budapest, Hungary, July 2004.
- [16] M. Singh, S. Srivastava, M. Hanmandlu, and J. R. P. Gupta, "Type-2 Fuzzy Wavelet Networks (T2FWN) For System Identification Using Fuzzy Differential and Lyapunov Stability Algorithm,"

دارد و مطالعه‌ای در این زمینه صورت نگرفته است [۸]؛ بنابراین، شبیه به نظریه سیستم فازی نوع-۱، چگونگی انتخاب دسته‌ای از روش‌های حل برای مسائل عملی، الگوریتم فازی کاهش مرتبه یافته، چگونه ساختن یک اثر عدم قطعیت، توابع عضویت و قوانین فازی برای بهینه‌سازی سیستم فازی نوع-۲ مشکلات مهمی هستند که می‌بایستی حل شوند.

چهارم، سرانجام از دید ریاضی، اثبات کارایی بالاتر سیستم فازی نوع-۲ از سیستم فازی نوع-۱ در شرایط امتحان یکسان است. نتایج تعداد زیادی آزمایش، مزایای سیستم فازی نوع-۲ نسبت به سیستم فازی نوع-۱ را با در نظر گرفتن عدم قطعیت بالا نشان داده است؛ اما این تنها تجزیه و تحلیل کیفی و بدون اثبات ریاضی است [۵۱]؛ بنابراین، از دید ریاضی مطلب، اثبات کارایی بیشتر سیستم فازی نوع-۲ نسبت به سیستم فازی نوع-۱، در شرایط امتحان یکسان، موضوع مهم و چالش‌برانگیزی در آینده خواهد بود.

در این مقاله، مجموعه و سیستم‌های فازی نوع-۲ و اصطلاحات پایه آن به‌طور مختصر معرفی شدند. همچنین مروری بر تاریخچه‌ی توسعه‌ی نظریه فازی نوع-۲ در مدت بیست و پنج سال اخیر و کاربردهای آن انجام شد. همچنین بحث عدم قطعیت در فازی نوع-۲ و ابزارهای موجود در رابطه با فازی نوع-۲ بیان شدند. در ادامه، نظریه محاسبه بر مبنای کلمات مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای بررسی شد. همچنین به‌طور مختصر، روش‌های بر طرف کردن پیچیدگی محاسباتی سیستم‌های فازی نوع-۲ بیان شدند. در پایان، بعضی از موضوعات مورد تحقیق آینده، در زمینه منطق فازی نوع-۲ مطرح شد.

مراجع

- [1] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets," Information and Control, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [2] R. John and S. Coupland, "Type-2 Fuzzy Logic: A Historical View," Computational Intelligence Magazine, IEEE, Vol. 2, pp. 57-62, 2007.
- [3] N. N. Karnik, J. M. Mendel, and L. Qilian, "Type-2 Fuzzy Logic Systems," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 7, pp. 643-658, 1999.

- 2009.
- [17] T. Woei Wan and L. Junwei, "Development of a Type-2 Fuzzy proportional Controller," IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 1305-1310 Vol.3, 2004.
- [18] H. B. Mitchell, "Pattern Recognition Using Type-II Fuzzy Sets," InFormation Sciences, Vol. 170, pp. 409-418, 2005.
- [19] H. Cheul and R. Frank Chung-Hoon, "Uncertain Fuzzy Clustering: Interval Type-2 Fuzzy Approach to C-Means," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 15, pp. 107-120, 2007.
- [20] P. Melin, O. Mendoza, and O. Castillo, "An improved Method For Edge Detection Based on Interval Type-2 Fuzzy Logic," Expert Systems With Applications, Vol. 37, pp. 8527-8535, 2010.
- [21] F. Chung-Hoon Rhee, "Uncertain Fuzzy Clustering: Insights and Recommendations," Computational Intelligence Magazine, IEEE, Vol. 2, pp. 44-56, 2007.
- [22] N. N. Karnik and J. M. Mendel, "Applications of Type-2 Fuzzy Logic Systems to Forecasting of Time-Series," Information Sciences, Vol. 120, pp. 89-111, 1999.
- [23] G.-n. Du and Z.-y. Zhu, "Modelling Spatial Vagueness Based on Type-2 Fuzzy Set," Journal of Zhejiang University - Science A, Vol. 7, pp. 250-256, 2006.
- [24] M. H. Fazel Zarandi, I. B. Türkşen, and O. Torabi Kasbi, "Type-2 Fuzzy Modeling For Desulphurization of Steel Process," Expert Systems With Applications, Vol. 32, pp. 157-171, 2007.
- [25] L. Yimin and H. Jing, "Type-2 Fuzzy mathematical Modeling and analysis of The Dynamical Behaviors of Complex EcoSystems," Simulation Modelling Practice and Theory, Vol. 16, pp. 1379-1391, 2008.
- [26] M. Mizumoto and K. Tanaka, "Some Properties of Fuzzy Sets of Type 2," Information and Control, Vol. 31, pp. 312-340, 1976.
- [27] J. Nieminen, "On The Algebraic Structure of Fuzzy Sets of Type-2," Kybernetika, 1977, 13(4): 261 - 273.
- [28] D. Dubois and H. Prade, "Operations on Fuzzy Numbers," International Journal of Systems Science, Vol. 9, pp. 613-626, 1978.
- [29] D. Dubois and H. Prade, "Operations in a Fuzzy-Valued Logic," InFormation and Control, Vol. 43, pp. 224-240, 1979.
- [30] M. Mizumoto and K. Tanaka, "Fuzzy Sets and Type 2 Under Algebraic Product and Algebraic Sum," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 5, pp. 277-290, 1981.
- [31] N. N. Karnik and J. M. Mendel, "Introduction to Type-2 Fuzzy Logic Systems," IEEE World Congress on Computational Intelligence, Vol.2, pp. 915-920, 1998.
- [32] N. N. Karnik and J. M. Mendel, "Type-2 Fuzzy Logic Systems: Type-reduction," IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, Vol.2 pp. 2046-2051, 1998.
- [33] N. N. Karnik and J. M. Mendel, "Centroid of a Type-2 Fuzzy Set," Information Sciences, Vol. 132, pp. 195-220, 2001.
- [34] N. N. Karnik and J. M. Mendel, "Operations on Type-2 Fuzzy Sets," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 122, pp. 327-348, 2001.
- [35] J. M. Mendel, "Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions" Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 2001.
- [36] L. A. Zadeh, "Toward a Generalized Theory of Uncertainty (GTU) - an Outline," IEEE International Conference on Granular Computing, Vol. 1, pp. 16, 2005.
- [37] Z. Daoyuan and J. M. Mendel, "Uncertainty Measures For General Type-2 Fuzzy Sets," IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, pp. 281-286, 2009.
- [38] F. Liu, "An efficient Centroid Type-reduction Strategy For General Type-2 Fuzzy Logic System," Information Sciences, Vol. 178, pp. 2224-2236, 2008.
- [39] J. T. Rickard, J. Aisbett, G. Gibbon, and D. Morgenthaler, "Fuzzy Subsethood For Type-n Fuzzy Sets," in Fuzzy Information Processing Society, Annual Meeting of The North American, pp. 1-6, 2008.
- [40] D. Zhai and J. M. Mendel, "Uncertainty Measures For General Type-2 Fuzzy Sets," Information Sciences, Vol. 181, pp. 503-518, 2011.
- [41] D. G. Schwartz, "The Case For An Interval-Based Representation of Linguistic Truth," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 17, pp. 153-165, 1985.
- [42] M. B. Gorzalczany, "A Method of Inference in Approximate Reasoning Based on Interval-Valued Fuzzy Sets," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 21, pp. 1-17, 1987.
- [43] A. Dziech and M. B. Gorzalczany, "Decision Making in Signal Transmission Problems With Interval-Valued Fuzzy Sets," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 23, pp. 191-203, 1987.
- [44] M. B. Gorzalczany, "Interval-Valued Fuzzy Controller Based on Verbal Model of Object," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 28, pp. 45-53, 1988.
- [45] L.-C. Jang and D. Ralescu, "Cardinality Concepts For Type-two Fuzzy Sets," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 118, pp. 479-487, 2001.

- [46] W. Hongwei and J. M. Mendel, "Uncertainty Bounds and Their Use in The Design of Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 10, pp. 622-639, 2002.
- [47] J. M. Mendel and W. Hongwei, "Type-2 Fuzzistics For Symmetric Interval Type-2 Fuzzy Sets: Part 1, Forward Problems," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 14, pp. 781-792, 2006.
- [48] D. Wu and J. M. Mendel, "Uncertainty Measures For Interval Type-2 Fuzzy Sets," Information Sciences, Vol. 177, pp. 5378-5393, 2007.
- [49] J. M. Mendel, "On Answering The Question "Where Do I Start in Order to Solve a New Problem involving Interval Type-2 Fuzzy Sets?"," Information Sciences, Vol. 179, pp. 3418-3431, 2009.
- [50] J. M. Mendel, "Tutorial on The Uses of The Interval Type-2 Fuzzy Sets Wavy Slice Representation Theorem," in Fuzzy Information Processing Society, Annual Meeting of The North American, pp. 1-6, 2008.
- [51] J. M. Mendel, "Advances in Type-2 Fuzzy Sets and Systems," Information Sciences, Vol. 177, pp. 84-110, 2007.
- [52] L.A. Zadeh, "Toward a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic," Fuzzy Sets and Systems, Vol.19, pp. 111-127,1997.
- [53] G.J. Klir, "Principles of uncertainty: what are they? why do we need them?," Fuzzy Sets and Systems, Vol.74, pp. 15-31,1995.
- [54] D. Harmanec, *Measures of uncertainty and information*, http://www.sipta.org/documentation/summary_measures/main.html,1999.
- [55] V.V. Cross, T.A. Sudkamp, "Similarity and Compatibility in Fuzzy Set Theory: Assessment and Applications," Physica-Verlag, Heidelberg, NY, 2002.
- [56] D. Wu and J. M. Mendel, "A Comparative Study of Ranking Methods, Similarity Measures and Uncertainty Measures For Interval Type-2 Fuzzy Sets," Information Sciences, Vol. 179, pp. 1169-1192, 2009.
- [57] L. A. Zadeh, "Fuzzy Logic = Computing With Words," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 4, pp. 103-111, 1996.
- [58] J. M. Mendel, "The Perceptual Computer: an Architecture For Computing With Words," The 10th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 35-38, 2001.
- [59] J. M. Mendel, "Computing With Words, When Words can mean Different Things to Different People," in Proc. of Third International ICSC Symposium on Fuzzy Logic and Applications, Rochester Univ., Rochester, NY, June 1999.
- [60] I. B. Türkşen, "Type 2 Representation and Reasoning For CWW," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 127, pp. 17-36, 2002.
- [61] J. M. Mendel, "Fuzzy Sets For Words: a New Beginning," The 12th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Vol.1, pp. 37-42, 2003.
- [62] J. M. Mendel, "Computing With Words: Zadeh, Turing, Popper and Occam," Computational Intelligence Magazine, IEEE, Vol. 2, pp. 10-17, 2007.
- [63] J. M. Mendel, "Computing With Words and its Relationships With Fuzzistics," Information Sciences, Vol. 177, pp. 988-1006, 2007.
- [64] J. M. Mendel and W. Hongwei, "Type-2 Fuzzistics For Symmetric Interval Type-2 Fuzzy Sets: Part 2, Inverse Problems," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 15, pp. 301-308, 2007.
- [65] J. M. Mendel and W. Hongwei, "Type-2 Fuzzistics For Interval Type-2 Fuzzy Sets: Forward Problems," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 15, pp. 916-930, 2007.
- [66] I. B. Türkşen, "Chapter 12 - Belief, plausibility and Probability Measures on Interval-Valued Type 2 Fuzzy Sets," in An Ontological and Epistemological Perspective of Fuzzy Set Theory, ed Amsterdam: Elsevier Science, 2006, pp. 289-312.
- [67] I. B. Türkşen, "Meta-Linguistic Axioms As a Foundation For Computing With Words," Information Sciences, Vol. 177, pp. 332-359, 2007.
- [68] H. B. Mitchell, "Ranking Type-2 Fuzzy Numbers," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 14, pp. 287-294, 2006.
- [69] D. Wu and J. M. Mendel, "A Vector Similarity Measure For Linguistic Approximation: Interval Type-2 and Type-1 Fuzzy Sets," Information Sciences, Vol. 178, pp. 381-402, 2008.
- [70] W. Dongrui and J. M. Mendel, "The Linguistic Weighted Average," IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 566-573, 2006.
- [71] W. Dongrui and J. M. Mendel, "Aggregation Using The Linguistic Weighted Average and Interval Type-2 Fuzzy Sets," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 15, pp. 1145-1161, 2007.
- [72] W. Dongrui and J. M. Mendel, "Corrections to Aggregation Using The Linguistic Weighted Average and Interval Type-2 Fuzzy," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 16, pp. 1664-1666, 2008.
- [73] L. Feilong and J. M. Mendel, "Encoding Words Into Interval Type-2 Fuzzy Sets Using an Interval

- Approach*," IEEE Transactions on Fuzzy Systems , Vol. 16, pp. 1503-1521, 2008.
- [74] J. M. Mendel and W. Dongrui, "*Perceptual Reasoning For Perceptual Computing*," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 16, pp. 1550-1564, 2008.
- [75] J. M. Mendel and W. Dongrui, "*Perceptual Reasoning: A New Computing With Words Engine*," IEEE International Conference on Granular Computing, pp. 446-446, 2007.
- [76] W. Dongrui and J. M. Mendel, "*Perceptual Reasoning Using Interval Type-2 Fuzzy Sets: Properties*," IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 1219-1226, 2008.
- [77] J. Mendel, "*Historical Reflections and New Positions on Perceptual Computing*," Fuzzy Optimization and Decision Making, Vol. 8, pp. 325-335, 2009.
- [78] L. Qilian and J. M. Mendel, "*Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems: Theory and Design*," Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, Vol. 8, pp. 535-550, 2000.
- [79] J. M. Mendel, "*On a 50% Savings in The Computation of The Centroid of a symmetrical Interval Type-2 Fuzzy Set*," Information Sciences, Vol. 172, pp. 417-430, 2005.
- [80] W. Dongrui and J. M. Mendel, "*Enhanced Karnik-Mendel Algorithms For Interval Type-2 Fuzzy Sets and Systems*," in Fuzzy Information Processing Society, 2007. NAFIPS '07. Annual Meeting of The North American, 2007, pp. 184-189.
- [81] W. Dongrui and J. M. Mendel, "*Enhanced Karnik-Mendel Algorithms*," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 17, pp. 923-934, 2009.
- [82] M. Melgarejo, "*A Fast Recursive Method to Compute The Generalized Centroid of an Interval Type-2 Fuzzy Set*," in Fuzzy Information Processing Society, 2007. NAFIPS '07. Annual Meeting of The North American, 2007, pp. 190-194.
- [83] K. Duran, H. Bernal, and M. Melgarejo, "*Improved iterative Algorithm For Computing The Generalized Centroid of an Interval Type-2 Fuzzy Set*," in Fuzzy Information Processing Society, Annual Meeting of The North American, pp. 1-5 ,2008.
- [84] W. Dongrui and T. Woei Wan, "*Computationally Efficient Type-Reduction Strategies For a Type-2 Fuzzy Logic Controller*," The 14th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 353-358, 2005.
- [85] N. Maowen and T. Woei Wan, "*Towards an Efficient Type-Reduction Method For Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems*," IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 1425-1432, 2008.
- [86] S. Greenfield, F. Chiclana, S. Coupland, and R. John, "*The Collapsing Method of Defuzzification For Discretised Interval Type-2 Fuzzy Sets*," Information Sciences, Vol. 179, pp. 2055-2069, 2009.
- [87] . Greenfield, F. Chiclana, and R. John, "*Type-Reduction of The Discretised Interval Type-2 Fuzzy Set*," IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 738-743, 2009.
- [88] L. Qilian and J. M. Mendel, "*Designing Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems Using an SVD-QR Method: Rule reduction*," International Journal of Intelligent Systems, Vol. 177, pp. 360-377, 2006.
- [89] Z. Shang-Ming, J. M. Garibaldi, R. I. John, and F. Chiclana, "*On Constructing Parsimonious Type-2 Fuzzy Logic Systems Via Influential Rule Selection*," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 17, pp. 654-667, 2009.
- [90] S. Greenfield and R. John, "*Optimized Generalised Type-2 Join and Meet Operations*," IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 1-6, 2007.
- [91] J. T. Starczewski, "*A Triangular Type-2 Fuzzy Logic System*," IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2006, pp. 1460-1467.
- [92] J. T. Starczewski, "*Efficient Triangular Type-2 Fuzzy Logic Systems*," International Journal of Approximate Reasoning, Vol. 50, pp. 799-811, 2009.
- [93] J. T. Starczewski, "*Extended Triangular Norms*," Information Sciences, Vol. 179, pp. 742-757, 2009.
- [94] X. Ling and Y. Zhang, "*Operations on Triangle Type-2 Fuzzy Sets*," Procedia Engineering, Vol. 15, pp. 3346-3350, 2011.
- [95] S. Coupland and R. John, "*Towards More Efficient Type-2 Fuzzy Logic Systems*," The 14th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 236-241, 2005.
- [96] S. Coupland and R. John, "*Geometric Type-1 and Type-2 Fuzzy Logic Systems*," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 15, pp. 3-15, 2007.
- [97] S. Coupland, "*Type-2 Fuzzy Sets: Geometric Defuzzification and Type-Reduction*," IEEE Symposium on Foundations of Computational Intelligence, 2007. FOCI , pp. 622-629,2007.
- [98] S. Coupland and R. John, "*A Fast Geometric Method For Defuzzification of Type-2 Fuzzy Sets*," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 16, pp. 929-941, 2008.
- [99] J. M. Mendel, L. Feilong, and Z. Daoyuan, " *α -Plane Representation For Type-2 Fuzzy Sets:*

- Theory and Applications," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 17, pp. 1189-1207, 2009.
- [100] J. M. Mendel, "Comments on " α -Plane Representation For Type-2 Fuzzy Sets: Theory and Applications," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 18, pp. 229-230, 2010.
- [101] C. Wagner and H. Hagra, "zSlices - towards bridging The gap between Interval and General Type-2 Fuzzy Logic," IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2008, pp. 489-497.
- [102] C. Wagner and H. Hagra, "Toward General Type-2 Fuzzy Logic Systems Based on zSlices," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 18, pp. 637-660, 2010.
- [103] C. Wagner and H. Hagra, "zSlices Based General Type-2 FLC For The Control of Autonomous Mobile Robots in Real World Environments," IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 718-725, 2009.
- [104] J. R. Castro, O. Castillo and L. G. Martínez, "interval type-2 fuzzy logic toolbox," *Engineering Letters*, 15:1, EL_15_1_14, 2007.
- [105] M. B. Ozek and Z. H. Akpolat, "A software tool: Type-2 fuzzy logic toolbox," *Computer Applications in Engineering Education*, vol. 16, pp. 137-146, 2008.
- [106] C. Wagner, S. Miller, and J. M. Garibaldi, "A fuzzy toolbox for the R programming language," in *Fuzzy Systems (FUZZ), 2011 IEEE International Conference on*, pp. 1185-1192, 2011.
- [107] J. R. Castro, O. Castillo and P. Melin, "An interval type-2 fuzzy logic toolbox for control application," *Proceeding of the International Conference on Fuzzy Systems*, pp. 1-6, 2007.