

## مروری بر شبکه‌های عصبی کوانتومی

محمد خسروی<sup>۱</sup>، مریم ذکری<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

m.khosravi@ec.iut.ac.ir

<sup>۲</sup> استادیار، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

mzekri@cc.iut.ac.ir

**چکیده:** در این مقاله، به بررسی روند توسعه شبکه‌های عصبی کوانتومی و برخی از مدل‌های ارائه شده تاکنون و نحوه پیاده‌سازی فیزیکی این مدل‌ها پرداخته شده است. نحوه استفاده از آزمایش دو-شکاف برای پیاده‌سازی شبکه‌های عصبی کوانتومی و روش‌های طراحی این شبکه‌ها به همراه نمونه‌هایی از شبکه‌های ترکیبی دو لایه که متشکل از نرون‌های کوانتومی و کلاسیک‌اند، ارائه شده است. برخی از مدل‌های کاربردی این شبکه‌ها در مقایسه با مدل‌های کلاسیک و قابلیت‌ها و توانایی‌های شبکه‌های عصبی کوانتومی، با توجه به مفاهیم موجود در مکانیک کوانتومی در حل مسائلی که برای مدل‌های کلاسیک بسیار دشوار یا حتی غیر ممکن است، ذکر شده است.

**واژه‌های کلیدی:** شبکه‌های عصبی کوانتومی، محاسبات کوانتومی.

## ۱. مقدمه

بحث در زمینه محاسبات کوانتومی با گفته ریچارد فیمن در کنفرانس فیزیک (۱۹۸۲) - «به منظور شبیه‌سازی کارا و مؤثر سیستم‌های مکانیکی کوانتومی، ممکن است به کامپیوترهایی که از پدیده‌های کوانتومی برای انجام محاسباتشان استفاده می‌کنند، نیاز باشد» [۱] - آغاز شد. به دنبال آن، با تحقیقات و پژوهش‌های انجام‌شده توسط دیوید دوئچ<sup>۱</sup> [۲ و ۳] و پیتر شور<sup>۲</sup> [۴ و ۵] و دیگران، در نهایت یک زمینه تحقیقاتی جدید تحت عنوان محاسبات کوانتومی به وجود آمد.

کامپیوترهای کوانتومی که از پدیده‌ها و قوانین مکانیک کوانتومی در راستای انجام محاسباتشان استفاده می‌کنند، کارایی بیشتری نسبت به کامپیوترهای کلاسیک دارند. از طرف دیگر، شبکه‌های عصبی به عنوان واحدهایی هستند که می‌توانند به صورت موازی عمل کنند و احتمالاً در برخی از کارها از نمونه‌های کامپیوتر کلاسیک کارا تر باشند؛ بنابراین، استدلال‌های متفاوتی برای بحث در زمینه شبکه‌های عصبی کوانتومی وجود دارد. در یک رویکرد می‌توان به نقش اساسی فرآیندهای کوانتومی در مغز [۶] اشاره کرد، به طوری که توانایی‌های ذهنی مانند فهم، آگاهی و هوشیاری قابل توضیح می‌شود. در رویکرد دوم می‌توان به مدل‌های کوانتومی شبکه‌های عصبی با این قابلیت که می‌توانند برخی از مزایای کامپیوترهای کوانتومی را حاصل کنند، اشاره کرد. به عبارت ساده‌تر، این شبکه‌ها بهتر می‌توانند از خاصیت موازی‌سازی کوانتومی استفاده کنند.

در این مقاله، مدل‌ها و انواع پیاده‌سازی فیزیکی از شبکه‌های عصبی کوانتومی که توسط برمن<sup>۳</sup> و همکارانش [۷-۱۰]، کریسلی<sup>۴</sup> [۱۱]، مینیر<sup>۵</sup> و نارایانان<sup>۶</sup> [۱۲-۱۴]، ونچوره<sup>۷</sup> و مارتینز<sup>۸</sup> [۱۵-۱۸] انجام شده و همچنین کارهای انجام‌شده توسط مایتروپنانت<sup>۹</sup> و

اسرسوفاب<sup>۱۰</sup> [۱۹] ژئو<sup>۱۱</sup> و همکارانش [۲۰ و ۲۱]، هانگ ژیاو<sup>۱۲</sup> و کائو<sup>۱۳</sup> [۲۲] و ماهاجان<sup>۱۴</sup> [۲۳] در قالب کاربردهایی از این شبکه‌ها، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

لازم به ذکر است که بیشتر مدل‌های ارائه‌شده تاکنون، تا حدودی آزمایشی‌اند. همچنین در اغلب کاربردهای مطرح‌شده در زمینه شبکه‌های کوانتومی، هدف نشان دادن قابلیت بالای این شبکه‌ها در مقایسه با نمونه‌های کلاسیک است.

روند ارائه مطالب در این مقاله بدین صورت است: در قسمت ۲، مروری کلی بر مفاهیم کوانتومی مورد نیاز در بحث شبکه‌های عصبی کوانتومی صورت گرفته، سپس در قسمت ۳، به بررسی برخی از مدل‌ها و نمونه‌های ارائه‌شده از سال ۱۹۹۵ تاکنون پرداخته شده و مزایا، معایب و نتایج مقایسه آن‌ها با نمونه‌های کلاسیک بیان شده است.

## ۲. مروری بر مفاهیم کوانتومی

درک مفاهیم کوانتومی، اساس و پایه توسعه و پیشنهاد نمونه‌های کوانتومی برای شبکه‌های عصبی است و عدم درک صحیح آن‌ها باعث بروز مشکلات و ایجاد اشتباهاتی در این زمینه خواهد شد. برای وضعیت‌های کوانتومی از علامت‌گذاری دیراک<sup>۱۵</sup> که یک علامت‌گذاری استاندارد برای نمایش وضعیت‌های کوانتومی است، استفاده می‌شود. در ادامه، به برخی از مفاهیم کوانتومی معمول در شبکه‌های عصبی کوانتومی که در [۲۴] اشاره شده، پرداخته شده و با ارائه مثال‌هایی، درک آن‌ها ساده‌تر گردیده است.

## ۲-۱. برهم‌نهی خطی

برهم‌نهی خطی<sup>۱۶</sup>، به بیان ساده عبارت است از یک ترکیب خطی از بردارها؛ از طرفی، یک سیستم کوانتومی توسط یک تابع موج  $\psi$  که در فضای هیلبرت قرار دارد، توصیف می‌شود. وضعیت‌های موجود در این فضا، با  $|\phi\rangle$  نشان داده می‌شوند

1. David Deutsch

2. Peter Shor

3. Behrman

4. Chrisley

5. Menneer

6. Narayanan

7. Ventura

8. Martinez

9. Mitrapant

10. Srisuphab

11. Zhou

12. Hong Xiao

13. Cao

14. Mahajan

15. Dirac

16. Linear superposition

تا به عنوان وضعیت‌های پایه شناخته شوند؛ بنابراین، وضعیت سیستم نیز با  $|\Psi\rangle$  نمایش داده می‌شود به طوری که:

$$|\Psi\rangle = \sum_i c_i |\varphi_i\rangle \quad (1)$$

در رابطه (۱)،  $|\Psi\rangle$  یک برهم‌نهی خطی از وضعیت‌های پایه  $|\varphi_i\rangle$  می‌باشد؛ بنابراین، یک سیستم کوانتومی در هر لحظه در تمامی حالت‌های ایجاد شده از وضعیت‌های پایه قرار دارد، در حالتی که در مدل کلاسیک، سیستم تنها می‌تواند در یکی از حالت‌ها باشد. مفهوم ضرایب  $c_i$  پس از شرح مفاهیم منسجم و نامنسجم در ادامه بیان می‌شود.

## ۲-۲. منسجم و نامنسجم

منسجم<sup>۱</sup> بودن در حالت کلی به مفهوم برهم‌نهی وابسته است؛ به عبارت دیگر، یک سیستم در وضعیت  $|\Psi\rangle$  قرار دارد، در صورتی که در یک وضعیت برهم‌نهی خطی از تمام وضعیت‌های پایه قرار داشته باشد. بر این اساس، یک سیستم در چنین حالتی، به هر طریقی با محیط اطراف خودش تعامل داشته باشد، برهم‌نهی خطی شکسته، و منجر به نامنسجم<sup>۲</sup> شدن سیستم می‌شود.

ضریب  $c_i$  در رابطه (۱)، بیانگر دامنه<sup>۳</sup> احتمال و  $|c_i|^2$  احتمال اینکه  $|\Psi\rangle$  به یک وضعیت پایه بر اثر نامنسجم بودن سقوط<sup>۴</sup> کند، نمایش می‌دهد؛ بنابراین بر اساس تئوری احتمال باید مجموع ضرایب  $|c_i|^2$  برابر با یک باشد یعنی:

$$\sum_i |c_i|^2 = 1 \quad (2)$$

برای مثال، یک متغیر مانند چرخش<sup>۵</sup> را در نظر بگیرید. ساده‌ترین سیستم، سیستم چرخش-۱/۲ است که در آن، وضعیت‌های پایه با  $|\uparrow\rangle$  (چرخش بالا) و  $|\downarrow\rangle$  (چرخش پایین) نمایش داده می‌شوند. در این سیستم ساده تابع موج  $\Psi$  یک توزیع از دو مقدار (بالا و پایین) و  $|\Psi\rangle$  به عنوان یک وضعیت منسجم، یک برهم‌نهی خطی از وضعیت‌های پایه  $|\uparrow\rangle$  و  $|\downarrow\rangle$  است؛ برای مثال، سیستم می‌تواند در یک وضعیت به صورت

رابطه (۳) قرار داشته باشد. (ضرایب  $c_i$  می‌توانند مقادیر متفاوت دیگری هم داشته باشند که شرط رابطه ۲ را برقرار کند).

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle \quad (3)$$

در حالتی که سیستم منسجم باشد، نمی‌توانیم بگوییم که وضعیت سیستم، چرخش بالا یا چرخش پایین است، بلکه در هر لحظه ممکن است در یکی از حالت‌های بالا یا پایین یا ترکیبی از هر دو قرار داشته باشد، اما زمانی که اندازه‌گیری بر روی سیستم انجام گیرد، سیستم به یکی از وضعیت‌های مورد نظر سقوط می‌کند. این سیستم کوانتومی ساده می‌تواند به عنوان یک پایه برای محاسبات کوانتومی (مانند بیت برای محاسبات کلاسیک، که در حالت کوانتومی به آن بیت کوانتومی گفته می‌شود) استفاده شود. در حالت کلی، یک بیت کوانتومی می‌تواند در حالت  $|0\rangle$  یا  $|1\rangle$  یا ترکیبی از هر دو حالت قرار داشته باشد.

## ۲-۳. درهم‌تنیدگی

درهم‌تنیدگی<sup>۵</sup> عبارت است از یک حالت بالقوه برای وضعیت‌های کوانتومی که همبستگی‌هایی را در سیستم ارائه می‌کند که در حالت کلاسیک وجود ندارد. از دیدگاه محاسباتی، درهم‌تنیدگی یک موضوع قابل درک است؛ برای مثال، اگر یک بیت کوانتومی در وضعیت  $|1\rangle$  باشد، بیت کوانتومی دیگر نیز در وضعیت  $|1\rangle$  قرار خواهد داشت؛ اما از دیدگاه فیزیکی فهم کمی در مورد چستی درهم‌تنیدگی و چگونگی عمل آن وجود دارد. در مورد اندازه‌گیری درهم‌تنیدگی، کارهایی توسط پروفیسور برمن و همکارانش [۲۵] انجام شده است.

## ۲-۴. تفسیر تئوری کوانتومی

ذکرشدنی است که مزایای مهم شبکه‌های عصبی، ناشی از امکان پردازش موازی و توزیع شده اطلاعات و همچنین نگاهت‌های غیرخطی انجام‌شده توسط نرون‌هاست. از طرف دیگر، تئوری کوانتومی، سطح وسیع‌تری از موازی‌سازی را ارائه می‌کند که با استفاده از مفهوم برهم‌نهی خطی درک‌شدنی است و این قابلیت و توانایی برای پردازش انبوهی از داده‌ها مناسب است.

1. coherence
2. decoherence
3. collapse
4. spin

5. Entanglement

در نظر گرفتن یک مدل جامع و عمومی برای محاسبات کوانتومی و همچنین شبکه‌های عصبی کوانتومی باشد [۲۴].

### ۳. مدل‌های کوانتومی

جدول (۱) تعدادی از مدل‌های کوانتومی را که تا به حال طراحی شده‌اند، نشان می‌دهد. در این میان، مدل‌هایی مانند مدل برمن، به صورت گسترده از مفاهیم کوانتومی در ساخت شبکه‌های عصبی کوانتومی استفاده کرده‌اند، در صورتی که بعضی از مدل‌ها مانند مدل کریسلی از مفاهیم کوانتومی در شبکه‌های عصبی کمتر بهره‌مند می‌باشند؛ به عبارت دیگر، جدول (۱) بیانگر ترکیب‌های استفاده‌شده برای ساخت شبکه‌های عصبی کوانتومی است.

جدول (۱): خلاصه‌ای از مدل‌های فیزیکی شبکه‌های عصبی کوانتومی [۲۴]

مدل	نرون	ارتباطات	انتقال	شبکه	دینامیک
برمن [۱۲-۱۵]	برش زمانی و کوانتومی	تعامل از طریق فتون‌ها	غیرخطی	فضایی و زمانی	انتگرال مسیر فیمن
مینیر [۱۷-۱۹]	کلاسیک	کلاسیک یا کوانتومی	غیرخطی	شبکه‌های تک‌لایه در جهان‌های موازی	کلاسیک
کریسلی [۱۶]	کلاسیک	کلاسیک	غیرخطی	چند لایه	بدون برهم‌نهی
ونچوره [۲۲-۲۵]	بیت کوانتومی	درهم‌تیدگی	-	ماژول‌های تک آیتمه در جهان‌های موازی	تحولات یکانی و غیر یکانی

شبیه‌سازی از مدل خود را ارائه و ادعا کردند که این شبکه‌ها دارای بهبودهایی است، به طوری که پیچیدگی کمتر و توانایی بیشتری در حل مسائل نسبت به مدل کلاسیک دارد [۹]. این نتیجه بر اثر مقایسه یک شبکه عصبی هاپفیلد کوانتومی با نمونه کلاسیک در فرآیند یادگیری و آزمون حاصل شد.

در سال ۲۰۰۲، شبیه‌سازی دیگری توسط برمن و همکارانش انجام شد که در آن، شبکه‌های عصبی کوانتومی برای محاسبه درهم‌تیدگی یک وضعیت کوانتومی آموزش داده شدند [۱۰].

#### ۳-۲. مدل کریسلی

در سال ۱۹۹۶، کریسلی [۱۱] یک مدل ساده عصبی کوانتومی ارائه کرد که از آزمایش دو-شکاف<sup>۱</sup> برای پیاده‌سازی شبکه استفاده می‌کرد. کریسلی، کامپیوترهای کوانتومی را به دو دسته مجزا تقسیم کرد: دسته اول، شامل کامپیوترهایی است که از مفهوم

با وجود اینکه مفاهیم ریاضی مکانیک کوانتومی به خوبی قابل درک و پذیرش‌اند، حقیقت فیزیکی مکانیک کوانتومی هنوز جای بحث دارد و توافقی کلی برای آن وجود ندارد؛ از این رو، تفاسیر گوناگونی برای مکانیک کوانتومی ارائه شده که عبارت‌اند از:

۱. تفسیر کوپنهاگ [۲۶]؛

۲. تفسیر انتگرال مسیر فیمن [۲۵]؛

۳. تفسیر جهان‌های موازی [۲۷].

بر اساس انتخاب نوع تفسیر فیزیکی، روابط متفاوتی بین دو مقوله فیزیک کوانتومی و محاسبات عصبی مطرح می‌گردد. در این میان، با توجه به مفهوم تفسیر جهان‌های موازی مکانیک کوانتومی، تفسیر جهان‌های موازی می‌تواند بهترین گزینه برای

این جدول می‌تواند شبکه‌های ارائه‌شده را به خوبی با یکدیگر مقایسه کند. در ستون سمت چپ جدول (۱)، مدل‌های کوانتومی شبکه‌های عصبی که توسط افراد مختلف ارائه شده، آمده است. ستون‌های دیگر، ترکیبات استفاده شده برای ساخت شبکه‌های ستون سمت چپ را نشان می‌دهند. در ادامه به شرح مدل‌های کوانتومی پرداخته می‌شود.

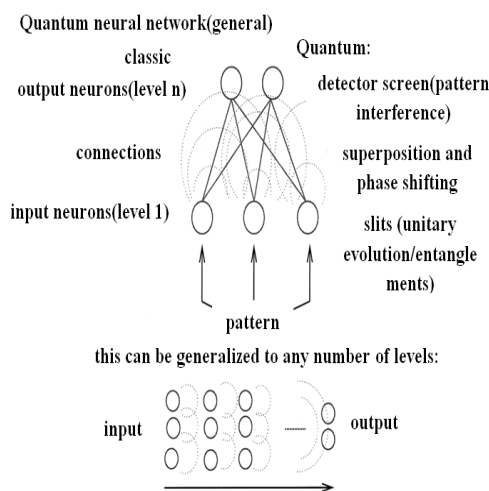
#### ۳-۱. مدل برمن و همکارانش

در سال ۱۹۹۶، برمن و همکارانش [۷] یک مدل کوانتومی را پیشنهاد کردند که از انتگرال مسیر فیمن برای ایجاد یک شکل کوانتومی از تابع فعالیت در شبکه‌های عصبی استفاده می‌کرد. با توسعه این مدل، برمن و همکارانش با استفاده از یک آرایه فضایی از مولکول نقطه‌های کوانتومی، پیاده‌سازی فیزیکی شبکه را بهبود بخشیدند [۸]. به دنبال آن در سال ۲۰۰۰، آن‌ها

1. Double-slit

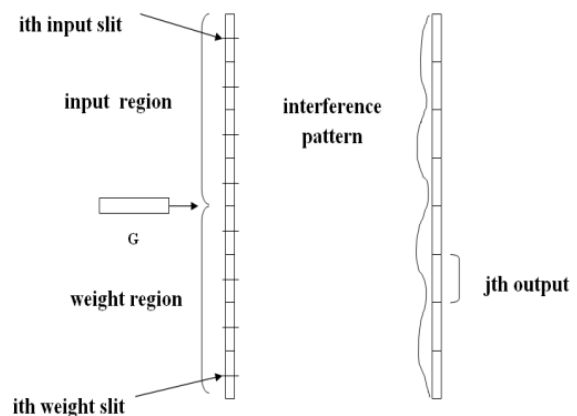
موازی در مکانیک کوانتومی ارائه کردند. در این مدل، بر اساس تفکر احتمال موقعیت یک ذره در جهان‌های موازی، برای هر نمونه در مجموعه آموزشی، یک شبکه تک‌لایه در نظر گرفته می‌شود که بایستی برای آن الگو آموزش داده شود. در پایان، هر یک از وزن‌های شبکه کوانتومی نهایی، یک برهم‌نهی خطی از وزن‌های متناظر از شبکه‌های تک‌لایه اولیه است و کلاس نمونه ورودی، کلاس نزدیک‌ترین الگوی آموزشی به الگوی ورودی در نظر گرفته می‌شود. مینیر و نارایانان، کار خود را برای مجموعه‌ای کوچک از الگوها آموزش دادند و هر شبکه کوانتومی را با یک شبکه استاندارد کلاسیک مورد مقایسه قرار دادند. با توجه به نتایج به دست آمده، شبکه‌های کوانتومی به طور متوسط نسبت به شبکه‌های کلاسیک، یادگیری سریع‌تری داشتند (حدوداً ۵۰٪ سریع‌تر [۱۲]). همچنین در زمان آزمون، تعداد خطاهای برابر یا حتی کمتری، نسبت به شبکه‌های کلاسیک نشان دادند. به دنبال آن، یک پیاده‌سازی فیزیکی از این مدل با استفاده از آزمایش دو-شکاف که تا حدودی مشابه با کار کریسلی بود، ارائه شد [۱۴].

شکل (۲)، نمایشگر یک شبکه تک‌لایه الهام‌گرفته از آزمایش دو-شکاف است که در آن، الگوهای ورودی جایگزین فتون‌ها، و نرون‌های ورودی جایگزین شکاف‌ها شده‌اند. همچنین ارتباط میان نرون‌های ورودی و خروجی از طریق امواج ایجادشده توسط الگوهای ورودی انجام می‌گیرد.



شکل (۲): شبکه عصبی کوانتومی با الهام از آزمایش دو-شکاف با لایه تغییر فاز [۱۴]

برهم‌نهی خطی در اجرای الگوریتم‌های خود استفاده می‌کنند؛ دسته دوم، آن‌هایی هستند که بدون در نظر گرفتن اینکه آیا برهم‌نهی خطی در عملیاتشان پدیدار می‌شود یا نه، از مفهوم برهم‌نهی خطی در اجرای الگوریتم‌هایشان استفاده نمی‌کنند. در مدل دوم، هم‌پوشانی میان مکانیک کوانتومی و شبکه‌های عصبی کمتر می‌شود؛ با وجود این، هنوز برخی از شباهت‌ها میان مکانیک کوانتومی و شبکه‌های عصبی وجود دارد. در مدل کریسلی، هرچند مزایای محاسبات موازی کوانتومی که ناشی از وجود مفهوم برهم‌نهی خطی است وجود ندارد، اما کریسلی نشان داد که محاسبات کوانتومی، بدون بهره‌مندی از مفهوم برهم‌نهی خطی، باز هم مزایای بیشتری نسبت به نمونه کلاسیک دارد. همان‌گونه که در شکل (۱) دیده می‌شود، از این آزمایش استفاده شده تا ناحیه‌های قابل اندازه‌گیری مشابه با ورودی‌ها، خروجی‌ها و وزن‌ها ایجاد شود.

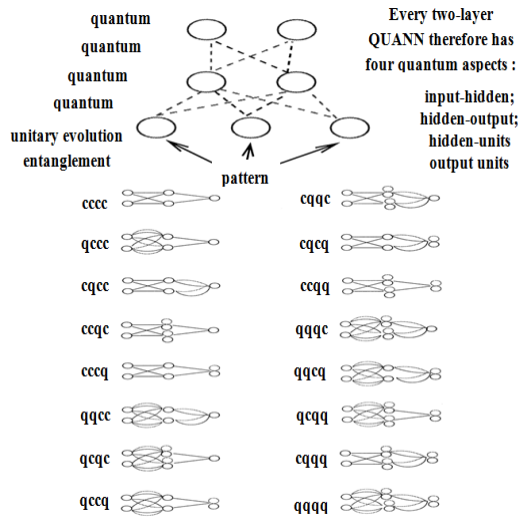


شکل (۱): شبکه عصبی کوانتومی بازخوردی با استفاده از آزمایش دو-شکاف [۱۱]

نحوه عملکرد بدین صورت است که پرتوی از ذرات به سمت دیواره سمت چپ شامل چندین شکاف که بعضی از آن‌ها برای ورودی و برخی دیگر برای وزن‌ها طراحی شده‌اند، شلیک می‌شود. بدین ترتیب، الگوی تداخلی بر روی صفحه حساس به نور که به تعدادی از نواحی تفکیک شده، ساخته می‌شود. برای هر مجموعه ورودی از الگوها، بایستی شکاف‌های مرتبط با وزن‌ها به نحوی مناسب تنظیم شوند تا خروجی مناسب تولید گردد.

### ۳-۳. مدل مینیر و نارایانان

در سال ۱۹۹۵، مینیر و نارایانان [۱۲]، یک طرح کلی از شبکه‌های عصبی کوانتومی بر اساس مفهوم تفسیر جهان‌های



شکل (۳): مدل‌های دو لایه ترکیبی کوانتومی و کلاسیکی از شبکه‌های عصبی [۱۴]

نتایج این شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که شبکه‌های کوانتومی ترکیبی می‌توانند مجموعه نمونه‌هایی را یاد بگیرند که شبکه‌های کلاسیک برای آن‌ها هم‌گرا نمی‌شوند.

### ۳-۴. مدل ونچوره و مارتینز

در سال ۱۹۹۷، ونچوره و مارتینز [۱۵]، یک مدل از پرسپترون کوانتومی را ارائه کردند که در آن، بردار وزن‌ها با وضعیت‌های پایه یک تابع موج جایگزین شده بود. در سال ۱۹۹۸، آن‌ها یک مدل برای حافظه انجمنی کوانتومی با استفاده از کیوبیت‌ها به عنوان نرون‌های کوانتومی ارائه کردند. در این تحقیق، نشان داده شد که این فرآیند، یک ظرفیت بالا برای ذخیره الگوها ارائه می‌دهد که به صورت نمایی با افزایش تعداد بیت‌های کوانتومی رشد می‌کند [۱۶]. به دنبال آن در سال ۱۹۹۹، آن‌ها یک الگوریتم کوانتومی برای مقیاس‌دهی اولیه وضعیت سیستم کوانتومی ارائه کردند [۱۷]. همچنین یک مدل حافظه انجمنی کوانتومی را که در آن، از الگوریتم جست‌وجوی کوانتومی گراور [۳۰] برای فراخوانی الگوها استفاده می‌شد [۱۸]، توسعه دادند.

### ۳-۵. نمونه‌های دیگر شبکه‌های عصبی کوانتومی

در سال ۲۰۰۲، یک شبکه کوانتومی پس‌انتشار مختلط توسط مایتروپنانت و اسرسوفاب [۱۹] برای شناسایی الگو پیشنهاد شد. در نهایت، شبکه پیشنهادی در طی آزمایش‌هایی که صورت

در مدل فوق، موقعیت شکاف‌ها به منظور تغییر وزن‌ها تغییر نمی‌کند، بلکه از یک لایه تغییر فاز که بین دو لایه تشخیص‌دهنده و شکاف‌های ورودی قرار دارد، استفاده می‌شود. دستکاری لایه تغییر فاز می‌تواند پس‌انتشار را با استفاده از روش‌هایی که در [۲۸] و [۲۹] توسط گراور<sup>۱</sup> توضیح داده شده، پیاده‌سازی کند. با ایجاد تعداد بیشتری از موانع شکاف‌دار و لایه‌های تغییر فاز به تعداد مناسب، همان‌گونه که در قسمت پایین شکل (۲) نشان داده شده است، می‌توان تعداد دلخواهی از گره‌ها و لایه‌های مخفی را برای شبکه ایجاد کرد. در شکل (۳)، مدل‌های دو لایه، ترکیبی کوانتومی و کلاسیک از شبکه‌های عصبی نشان داده شده که اجزای چهارگانه آن‌ها می‌تواند کوانتومی یا کلاسیک باشند. این اجزا عبارت‌اند از: ارتباطات ورودی به لایه‌های مخفی، ارتباطات لایه‌های مخفی به خروجی‌ها، واحدهای مخفی و واحدهای خروجی که می‌تواند کوانتومی یا کلاسیک باشند. در شکل (۳)، حرف c (کلاسیک) و حرف q (کوانتومی) بودن را نشان می‌دهند؛ برای مثال، نمونه [cccc] یک شبکه کاملاً کلاسیک و نمونه [qqqq] یک شبکه کاملاً کوانتومی است. همچنین نمونه [qqqc] یک شبکه کوانتومی است که ارتباط ورودی به لایه‌های مخفی به صورت کوانتومی، ارتباط لایه‌های مخفی به خروجی به صورت کلاسیک، واحدهای مخفی، کوانتومی و واحدهای خروجی، کلاسیک‌اند.

مینیر و نارایانان، در تحقیق‌های خود نشان دادند که یک شبکه کاملاً کوانتومی نمی‌تواند نسبت به یک شبکه ترکیبی کلاسیک و کوانتومی، مزایای بیشتری داشته باشد، حتی در بعضی موارد ممکن است دچار خطاهایی شود که در شبکه‌های ترکیبی وجود ندارد. همچنین آن‌ها نشان دادند شبکه‌های ترکیبی در مقایسه با نمونه کاملاً کلاسیک، دارای زمان آموزش کمتری است بدون اینکه تعمیم‌پذیری<sup>۲</sup> این شبکه‌ها کاهش یابد.

در [۱۴]، مقایسه‌های انجام‌شده و نتایج حاصل از شبیه‌سازی ۱۶ شبکه دو لایه موجود در شکل (۳) نشان داده شده است.

1. Grover  
2. Generalization

در سال ۲۰۰۹، یک مدل شبکه عصبی سه لایه کوانتومی توسط ژیانو و کوا [۲۲] که ترکیبی از نرون‌های کلاسیک و کوانتومی بود، ارائه شد. در این مدل، لایه ورودی، ترکیبی از نرون‌های کلاسیک برای دریافت داده‌های ورودی، لایه مخفی ترکیبی از نرون‌های کوانتومی برای استخراج ویژگی‌های الگوها و لایه خروجی، متشکل از نرون‌های کلاسیک برای انتقال نتایج محاسبات به خروجی شبکه است.

به‌روزرسانی نرون‌های خروجی، از قاعده پسانتشار و به‌روزرسانی در لایه مخفی به وسیله گروهی از گیت‌های کوانتومی انجام می‌شود. این شبکه برای دو نمونه از مسائل تخمین تابعی و تشخیص الگو استفاده شد؛ نتایج حاصل، برتری شبکه‌های عصبی کوانتومی را نسبت به شبکه پسانتشار کلاسیک نشان می‌دهد. در مواردی که شبکه پسانتشار همگرا نمی‌شود، شبکه عصبی کوانتومی در تعداد کمتری از مراحل همگرا می‌شود. در بررسی ماریچ حلزونی الگوها<sup>۱</sup> که دارای دو کلاس مختلف از الگوهاست، شبکه عصبی کوانتومی، همگرایی سریع‌تر و نرخ همگرایی بالاتری نسبت به نمونه کلاسیک دارد.

در نهایت، در تخمین تابع  $f(x) = \cos(1/x)$  شبکه عصبی کوانتومی در ۱۲۲۴۲ مرحله همگرا شد، در صورتی که شبکه عصبی پسانتشار پس از ۱۵۰۰۰ مرحله همگرا نشد.

در سال ۲۰۱۱، یک مدل عصبی الهام‌شده کوانتومی ترکیبی برای پیش‌بینی قیمت کالا توسط ماهاجان [۲۳] ارائه شد. در مدل ماهاجان از شبکه عصبی کوانتومی ترکیبی که ترکیبی از نرون‌های کلاسیک و کوانتومی بود، استفاده شده است. نتایج حاصل از شبکه کوانتومی، ۱٪ بهتر از شبکه کلاسیک است. ضمناً نتایج نشان می‌دهد که شبکه عصبی کوانتومی می‌تواند با همان دقت نمونه کلاسیک اجرا شود و زمان پردازش نمونه‌های کوانتومی به دلیل موازی‌سازی کوانتومی کاهش یابد.

در سال ۲۰۱۱، یک مدل شبکه‌های عصبی کوانتومی برای تشخیص چهره توسط ژانگ و همکارانش [۳۱] ارائه شد. ژانگ و همکارانش، از شبکه‌های عصبی کوانتومی به عنوان یک تابع تبدیل چندسطحی برای تشخیص چهره استفاده کردند. در این کار، یک پیش‌پردازش بر روی داده‌ها به منظور حذف داده‌های نامرتب و نیز کاهش ابعاد داده‌ها اعمال شد. کاهش ابعاد داده‌ها،

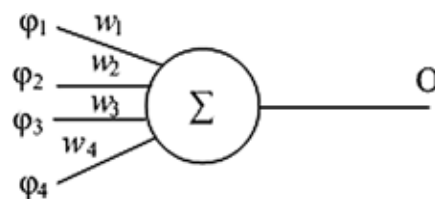
گرفت، نشان داد که میزان خطا و دوره‌های تکرار مورد نیاز برای یادگیری در این شبکه عصبی کوانتومی، کمتر از یک شبکه پسانتشار کلاسیک است.

در سال ۲۰۰۶، مسئله موجود در زمینه یادگیری بردار وزن‌های شبکه کوانتومی توسط ژنو و همکارانش [۲۰] بررسی شد که بر اساس تحلیل الگوریتم کوانتومی گراور [۳۰]، یک مدل شبکه عصبی کوانتومی با بردار وزن‌ها برای این منظور ارائه کردند. نکته کلیدی که در این مدل وجود داشت، نحوه به‌روزرسانی وزن‌ها بود که در نهایت، شبکه بتواند الگوهای ورودی را به درستی کلاس‌بندی کند. الگوریتم به‌روزرسانی بر اساس الگوریتم گراور است.

ژنو و همکارانش، بیان کردند که نمونه پیشنهادی آن‌ها هنوز یک نمونه بنیادی است و کارایی آن با شبکه‌های کلاسیک مورد مقایسه قرار نگرفته است، اما شبکه در یک سیستم کاملاً کوانتومی می‌تواند به خوبی کار کند و این امر می‌تواند تأثیر مهمی در توسعه شبکه‌های عصبی کوانتومی داشته باشد.

در سال ۲۰۰۷، یک مدل شبکه کوانتومی M-P بر اساس نمونه کلاسیک آن ارائه شد [۲۱]. در این مدل، الگوریتم یادگیری همانند نمونه کلاسیک و مرسوم است با این تفاوت که در آن، تعداد وزن‌هایی که باید به‌روزرسانی شوند، خیلی بیشتر است. در این مقاله [۲۱] امکان‌پذیر بودن این شبکه پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفته است؛ برای مثال، اگر یک شبکه M-P با دو ورودی داشته باشیم، همان‌گونه که در شکل (۴) دیده می‌شود، نمونه کوانتومی مورد نظر، یک شبکه متشکل از دو بیت کوانتومی و ۴ ورودی شامل مقادیر  $|10\rangle, |01\rangle, |00\rangle$  می‌باشد. به این ترتیب، خروجی طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$O = \omega_1 \varphi_1(x_1 + x_2) + \omega_2 \varphi_2(x_1 + x_2) + \omega_3 \varphi_3(x_1 + x_2) + \omega_4 \varphi_4(x_1 + x_2) \quad (4)$$



شکل (۴): مدل شبکه عصبی M-P با دو بیت کوانتومی



شبکه با استفاده از دامنه احتمال موقعیت‌های موجود در لایه خروجی تفسیر می‌شود. در مقایسه با شبکه‌های عصبی پس‌انتشار معمول شبکه کوانتومی ارائه شده، مشابه با کارهای پیشین، دارای کارایی و همگرایی بهتری است.

در سال ۲۰۱۲، یک شبکه عصبی کوانتومی به منظور ساخت مدلی برای تشخیص گفت‌وگو توسط وانگ و همکارانش [۳۵] ارائه شد. هدف، ارائه مدلی برای بهبود کارایی کلاس‌بندی گفت‌وگوها بر اساس پارامترهای صفات به دست آمده از گفت‌وگو می‌باشد. مدل ارائه شده برای تشخیص گفت‌وگو توسط شبکه‌های عصبی کوانتومی ساخته شده است. برای آموزش شبکه عصبی کوانتومی، الگوریتمی در مقاله ارائه شده است. نتایج تجربی، نشان‌دهنده برتری شبکه عصبی کوانتومی در مقایسه با یک شبکه عصبی پس‌انتشار است که از روش گرادیان نزولی برای آموزش شبکه پس‌انتشار استفاده می‌شود. همچنین شبکه عصبی کوانتومی ارائه شده در برابر اختلال<sup>۳</sup> بهتر از مدل ترکیبی گاووسین<sup>۴</sup> عمل می‌کند.

مدل‌هایی که در بخش (۳) به آن اشاره شد، مهم‌ترین مدل‌های ارائه شده برای شبکه‌های عصبی کوانتومی است. علاوه بر این مدل‌ها، شبکه‌های دیگری توسط پرو [۳۶]، زاک و ولیامز [۳۷]، کاک [۳۸]، گوپتا و زیا [۳۹] پیشنهاد شده‌اند.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله، سعی شده مهم‌ترین مدل‌های ارائه شده برای شبکه‌های عصبی کوانتومی تشریح گردد. در سال‌های اخیر، استفاده از شبکه‌های عصبی کوانتومی به دلیل رقابت‌پذیر بودن با نمونه‌های کلاسیک، در حال رشد است. کارهای ارائه شده بیشتر بر استفاده از شبکه‌های عصبی کوانتومی در زمینه‌های مختلف متمرکز شده‌اند.

مدل‌های بررسی شده در این مقاله را می‌توان بدین صورت دسته‌بندی کرد:

دسته اول، کارهای پایه در زمینه شبکه‌های عصبی کوانتومی که دارای پیاده‌سازی عملی می‌باشند. در مدل‌های پایه، مکانیک کوانتومی به صورت قوی‌تری مورد تحلیل قرار گرفته است. کار

استفاده از حالت‌های کوانتومی را آسان کرد. در نهایت، شبکه عصبی کوانتومی توسط پایگاه داده دیجیتال ORL آموزش و مورد آزمون قرار گرفت. نتایج حاصل از این کار در مقایسه با یک شبکه پس‌انتشار کلاسیک، نشانگر قابلیت بالاتر شبکه عصبی کوانتومی در تشخیص چهره، خطای کمتر و امکان‌پذیری بهتر شبکه عصبی کوانتومی است.

در سال ۲۰۱۱، یک کار مشابه دیگر در استفاده از شبکه‌های عصبی کوانتومی به منظور ترمیم و بازسازی تصویر، توسط موخارازه و همکارانش [۳۲] ارائه شد. در این تحقیق، یک شبکه عصبی کوانتومی پس‌انتشار ارائه شد که در آن، از دو گیت کوانتومی نقیض- کنترل شده<sup>۱</sup> و یک گیت دوران استفاده گردید. نتایج حاصل از این شبکه عصبی کوانتومی در مقایسه با یک شبکه چند لایه پرسپترون، نشانگر سرعت و همگرایی بالاتر شبکه عصبی کوانتومی پس‌انتشار است.

در سال ۲۰۱۲، یک شبکه عصبی کوانتومی خودسازمانده توسط ژانگ و همکارانش [۳۳] به منظور ایجاد مدلی برای دسترسی کاربران به صفحات وب ارائه شد. در این مدل، از مفهوم برهم‌نهی در مکانیک کوانتومی استفاده شده است. عملیات کلاس‌بندی خودکار و تحلیل‌های آماری با استفاده از این شبکه عصبی کوانتومی، توانست نرون‌هایی با درجه عضویت بالاتری از مقدار آستانه در نظر گرفته شده برای نرون‌ها ایجاد کند. نتایج تجربی به دست آمده، در مقاله موجود است. نتایج، نشان‌دهنده جامعیت، قابلیت بالا و توانایی مدل به دست آمده در تعداد زیادی از نمونه‌های آزمایش شده است. عمل خوشه‌بندی<sup>۲</sup> با استفاده از این مدل در عمل توانست در مقایسه با نمونه‌های کلاسیک، نتایج بهتری را در شخصی‌سازی صفحات وب برای کاربران ارائه کند.

در سال ۲۰۱۲، یک الگوریتم و مدل شبکه عصبی کوانتومی بر اساس گیت‌های کوانتومی توسط لی و همکارانش [۳۴] ارائه شد. این مدل، یک گروه از گیت‌های کوانتومی است. با استفاده از گیت‌های کوانتومی موجود در لایه‌ها، تغییرات بر روی داده‌ها اعمال می‌شود. مدل ارائه شده تقریباً کاری مشابه با نمونه‌های دیگر شبکه‌های عصبی کوانتومی است که معمولاً از گیت‌های کوانتومی در لایه‌های مخفی شبکه بهره می‌برند و در نهایت، خروجی نهایی

3. noise  
4. Gaussian

1. Controlled-Not  
2. clustering



لایه ترکیبی با لایه مخفی کوانتومی استفاده می‌کنند، در صورتی که لایه‌های دیگر می‌تواند کلاسیک یا کوانتومی باشد. در تمامی موارد، شبکه عصبی کوانتومی با یک شبکه عصبی کلاسیک مقایسه شده است. نکته مثبت موجود در مدل‌ها بهبود نتایج در شبکه‌های عصبی کوانتومی نسبت به شبکه‌های کلاسیک است.

همان‌گونه که در قسمت ۳-۵ اشاره شد، بر اساس زمینه‌های تحقیقاتی موجود و استفاده از شبکه‌های عصبی کوانتومی در این زمینه‌ها، برتری و قابل رقابت بودن این شبکه‌ها با نمونه‌های کلاسیک قابل مشاهده است. این شبکه‌ها دارای مزایایی نسبت به نمونه‌های کلاسیک‌اند که عبارت‌اند از:

- پیاده‌سازی در مقیاس‌های کوچک [۲۶]؛
  - سرعت پردازشی بالا [۲۶]؛
  - یادگیری سریع [۷]؛
  - ارائه راه حل‌هایی با استفاده از شبکه‌های تک‌لایه برای حل مسائل تفکیک‌ناپذیر به صورت خطی [۷]؛
  - ارائه یک حافظه انجمنی با قابلیت رشدنمایی [۱۲].
- این قابلیت‌ها در کنار همگرایی سریع‌تر این شبکه‌ها نسبت به نمونه‌های کلاسیک و همچنین توانایی این شبکه‌ها در آشکارسازی توانایی‌های کامپیوترهای کوانتومی، می‌تواند محرکی برای توسعه و کاربرد بیشتر شبکه‌های عصبی کوانتومی در آینده باشد.
- با توجه به پیچیده بودن مفاهیم مکانیک کوانتومی مدل‌های پایه شبکه‌های عصبی کوانتومی بیشتر توسط افرادی که در زمینه مکانیک کوانتومی تخصص داشته‌اند، ارائه شده است. مدل‌های پایه در این زمینه بیشتر به مدل‌های ارائه‌شده تا سال ۲۰۰۲ مربوط می‌شود، اما با توجه به کاربردهای ارائه‌شده از شبکه‌های عصبی کوانتومی و مزایای این شبکه‌ها و رقابت‌پذیر آن‌ها با نمونه‌های کلاسیک، شبکه‌های عصبی کوانتومی می‌تواند به عنوان یک زمینه باز، برجسته و مهم برای تحقیق در آینده مطرح باشد.

کردن در این حوزه، نیاز به تخصص کافی در زمینه مکانیک کوانتومی دارد.

در مقایسه، برمن و همکارانش [۷-۱۰] از تفسیر انتگرال مسیر فیمن، و برای پیاده‌سازی فیزیکی از یک آرایه فضایی از نقطه مولکول‌های کوانتومی استفاده کردند. در ادامه، کریسلی [۱۱] با بهره‌گیری از آزمایش دو-شکاف نشان داد محاسبات کوانتومی بدون بهره‌گیری از مفهوم برهم‌نهی خطی، باز هم مزیت‌هایی نسبت به نمونه‌های کلاسیک دارند. در ادامه، مینیر و نارایانان [۱۲-۱۴] از تفسیر جهان‌های موازی استفاده کردند و برای پیاده‌سازی فیزیکی با بهره‌گیری از آزمایش دو-شکاف و قرار دادن یک لایه تغییر فاز به جای تغییر مکان شکاف‌های مربوط به وزن‌ها، همگرایی شبکه‌های کوانتومی را برای نمونه‌هایی که شبکه‌های کلاسیک برای آن‌ها همگرا نمی‌شدند، به نمایش گذاشتند. در انتها ونچوره و مارتینز [۱۵-۱۸] با تمرکز بر جایگزینی بردار وزن‌ها با وضعیت‌های پایه یک، تابع موج کار خود را شروع کردند و در ادامه با ارائه یک حافظه انجمنی با استفاده از بیت‌های کوانتومی به عنوان نرون‌های کوانتومی، توانستند ظرفیت بالایی برای ذخیره الگوها ارائه کنند. خلاصه مدل‌های ارائه شده در جدول (۱) آمده است. از میان این مدل‌ها، مدل مینیر و نارایانان به دلیل استفاده از تفسیر جهان‌های موازی و نیز ارائه مدل شبکه‌های ترکیبی بیشتر مورد استقبال قرار گرفت و کارهای موجود در ادامه، بیشتر بر روی این مدل تمرکز دارند. دسته دوم، مدل‌های ارائه‌شده در قسمت ۳-۵ است. این مدل‌ها مربوط به سال‌های ۲۰۰۲ به بعد می‌باشد. این مدل‌ها از مدل‌های ارائه شده در [۱۴] الهام گرفته‌اند.

بنا بر گفته مینیر [۱۴] بر اساس نتایج به دست آمده، شبکه‌های کاملاً کوانتومی نسبت به شبکه‌های ترکیبی متشکل از لایه‌های کوانتومی و کلاسیک برتری ندارند؛ بنابراین، شبکه‌های عصبی کوانتومی موجود در قسمت ۳-۵، اغلب از یک شبکه کوانتومی سه

## مراجع

- [1] Feynman, R. P., *Simulating Physics with Computers*, International Journal of Theoretical Physics, Vol. 21, No. 6, pp. 467-488, 1982.
- [2] Deutsch, D. and Jozsa, R., *Rapid solution of problems by quantum computation*, Proc. R. Soc. Lond. A, Vol. 439, No. 1907, pp. 553-558, 1992.
- [3] Deutsch, D., *The Fabric of Reality*, Alen Lane, The Penguin Press, 1997.
- [4] Shor, P., *Algorithm for quantum computation: discrete logarithms and factoring*, In Proceedings of the 35th annual IEEE symposium on foundations of computer science, pp. 124-134, 1994.

- [5] Shor, P., *Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer*, SIAM Journal on Computing, Vol. 26, No. 5, pp. 1484-1509, 1997.
- [6] Penrose, R., *Shadows of the Mind. A search for the missing science of consciousness*, Oxford University Press, New York, Oxford, 1994.
- [7] Behrman, E. C. and Niemel, J. and Steck, J. E. and Skinner, S. R., *A Quantum Dot Neural Network*, Proceeding of the 4<sup>th</sup> Workshop on Physics of Computation, pp. 22-24, 1996.
- [8] Behrman, E. C. and Niemel, J. and Skinner, S. R., *A Spatial Quantum Neural Computer, Neural Networks*, Proceeding of the Internatinal Joint Conferance on Neural Network, pp. 874-877, 1999.
- [9] Behrman, E. C. and Nash, L. R. and Steck, J. E. and Chandrashekar, V. E. and Skinner, S. R., *Simulations of Quantum Neural Networks*, Information Sciences , Vol. 128, No. 3-4, pp. 257-269, 2000.
- [10] Behrman, E. C. and Wang, Z. and Steck, J. E. and Chandrashekar, V. E. and Belur, C. K. and Skinner, S. R. *A Quantum Neural Network Computes Entanglement*, Phys. Rev. Lett, arXiv:quant-ph/0202131v1, 2002.
- [11] Chrisley, R.L., *Learning in Non-superpositional Quantum eurocomputers*, P.Pylkkanen and P. Pylkko (Eds.), Brain, Mind and Physics, IOS Press, 1997.
- [12] Menneer, T. and Narayanan, A., *Quantum-inspired neural networks*, Department of Computer Science, University of Exeter, Technical report R329, 1995.
- [13] Menneer, T., *Quantum arti\_cial neural networks*, Faculty of Science, University of Exeter, Ph.D. thesis, 1998.
- [14] Menneer, T. and Narayanan, A., *Quantum artificial neural network architectures and components*, Information Sciences, Vol. 128, No. 3-4, pp. 231-255, 2000.
- [15] Ventura, D. and Martinez, T., *An Artificial Neuron with Quantum Mechanical Properties*, Proceedings of the International Conference on Artificial Neural Networks and Genetic Algorithms, pp. 482-485, 1997.
- [16] Ventura, D. and Martinez, T., *Quantum Associative Memory with Exponential Memory*, Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks and Genetic Algorithms, pp. 509-513, 1998.
- [17] Ventura, D. and Martinez, T., *Initializing the Amplitude Distribution of a Quantum State*, Found. Phys. Lett, Vol. 12, No. 6, pp. 547-559, 1999.
- [18] Ventura, D. and Martinez, T., *A Quantum Associative Memory Based on Grover's Algorithm*, Proceedings of the International Conference on Artificial Neural Networks and Genetic Algorithms, pp. 22-27, 1999.
- [19] Mitranont, J. L. and Srisuphab, A., *The realization of quantum complex-valued back propagation neural network in pattern recognition problem*, IEEE International Conference on Neural Information Processing, pp. 462-466, 2002.
- [20] Zhou, R. and Jiang, N. and Ding, Q., *Model and training of QNN with weight*, Neural Process, Lett, Vol. 24, No. 3, pp. 261-269, 2006.
- [21] Zhou, R. and Ding, Q., *Quantum M-P Neural Network*, International Journal of Theoretical Physics, Vol. 46, No. 12, pp. 3209-3215, 2007.
- [22] Xiao, H. and Cao, M., *Hybrid quantum neural networks model algorithm and simulation*, proceedings of the fifth International Conference on Neural Computation Tiaingjin, china, pp. 164-168, 2009.
- [23] Mahajan, R. P., *Hybrid Quantum Inspired Neural Model for Commodity Price Prediction*, IEEE, International Conference, Advanced Communication Technology (ICACT) , pp. 1353-1357, 2011.
- [24] Ezhov, A. and Ventura, D., *Quantum Neural Networks, Future Directions for Intelligent Systems and Information Science*, Vol. 45, pp. 213-235, 2000.
- [25] Feynman, R. P. and Hibbs, A. R., *Quantum Mechanics and Path Integrals*, McGraw-Hill, New-York, 1965.
- [26] Dirac, P. A. M., *The principles of quantum mechanics*, Oxford, Clarendon Press, 1958.
- [27] Everett, H., *Relative state formulation of quantum mechanics*, Review of modern physics, Vol. 29, pp. 454-462, 1957.
- [28] Grover, L.K., *Quantum computers can search arbitrarily large databases by a single Query*, Phys. Rev. Lett, Vol. 79, pp. 4709-4712, 1997.
- [29] Grover, L.K., *Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack*, Phys. Rev. Lett, Vol. 79, pp. 325-328, 1997.
- [30] Grover, K., *A fast quantum mechanical algorithm for database search*, In Proceedings of the 28th ACM STOC, pp. 212-219, 1996.
- [31] Zhang, X. and Gai, H., *Quantum neural network for face recognition classifier*, International Conference on Advanced in Control Engineering and Information Science , pp. 1319-1323 , 2011.
- [32] Mukherjee, S. and Chowdhury, R. and Bhattacharyya, S., *image restoration using a quantum multilayered backpropagation neural network*, International Conference on computational intelligence and communication systems, pp. 426-430, 2011.
- [33] Zhong, Y. and Nie, S., *web user access mod mining based on quantum self-organization neural network*, 5<sup>th</sup> International Conference on intelligent computation technology and automation, pp. 382-385, 2012.
- [34] Li, P. C. and song, K. P. and yang, EL., *Quantum neural networks models and algorithms based on quantum gates circuit*, Control and Decision, Vol. 183, pp. 143-153 , 2012.
- [35] Wang, J. and Wang, G. and Zheng, G. and Sun, J., *speaker recognition method based on quantum neural network*, Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition), No. 3, pp. 242-246, 2012.
- [36] Peru\_s, M., *Neuro-Quantum Parallelism in Brain-Mind and Computers*, Informatics, Vol. 20, pp. 173-183, 1996.
- [37] Zak, M. and Williams, C. P., *Quantum Neural Nets*, International Journal of Theoretical Physics, Vol. 37, No. 2, pp. 651-684, 1997.
- [38] Kak, S., *The Initialization Problem in Quantum Computing*, Found. Phys, Vol. 29, pp. 267-279, 1999.
- [39] Gupta, S. and Zia, R. K. P., *Quantum Neural Networks*, Journal of Computer and System Sciences, Vol. 63, No. 3, pp. 355-383, 2001.